COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 15 MARS 1880.

PRÉSIDENCE DE M. EDM. BECQUEREL.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Sur un développement particulier de la fonction perturbatrice.* Note de M. F. TISSERAND.

« Dans trois Mémoires insérés au Tome XV des *Comptes rendus*, Cauchy a proposé un nouveau développement de la fonction perturbatrice; ce développement se distingue des autres par la nature des transcendantes qui dépendent du rapport θ des grands axes des orbites; on considère habituellement une triple série de transcendantes représentées par $\frac{d^i b_s^{(n)}}{d\theta^i}$, où l'on donne à i et n les valeurs $0, 1, 2, \ldots$ et à s les valeurs $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \ldots$. Dans son nouveau développement, Cauchy remplace cette triple série par une double série de transcendantes $\Theta_{k,l}$, fonctions de θ.

» Je me propose, dans cette Note, d'arriver d'une manière très simple au développement donné par Cauchy, et de faire connaître quelques propriétés importantes des fonctions $\Theta_{k,l}$ et aussi leur liaison avec les fonctions $\frac{d^i b_s^{(n)}}{d\theta^i}$.

» Soient r et r' les rayons vecteurs des deux planètes, δ leur angle, Δ la

distance mutuelle des planètes ; on a, en supposant $r < r'$,

$$(1) \qquad \frac{1}{\Delta} = \frac{1}{2}M_0 + M_1 \cos\delta + M_2 \cos 2\delta + \ldots + M_k \cos k\delta + \ldots,$$

où

$$M_k = 2\,\frac{1.3\ldots(2k-1)}{2.4\ldots 2k}\,\frac{r^k}{r'^{k+1}}\left[1 + \frac{\frac{1}{2}}{1}\,\frac{n+\frac{1}{2}}{n+1}\,\frac{r^2}{r'^2} + \frac{\frac{1}{2}.\frac{3}{2}}{1.2}\,\frac{(n+\frac{1}{2})(n+\frac{3}{2})}{(n+1)(n+2)}\,\frac{r^4}{r'^4} + \ldots\right],$$

$$(2) \qquad M_k = \frac{r^k}{r'^{k+1}}\,f\left(\frac{r^2}{r'^2}\right).$$

» On développe ordinairement cette expression de M_k suivant les puissances de $\frac{r}{a} - 1$ et $\frac{r'}{a'} - 1$; je vais obtenir la formule de Cauchy en développant seulement, dans l'expression (2), $f\left(\frac{r^2}{r'^2}\right)$. Je pose

$$\theta = \frac{a}{a'}, \quad h = \theta^2, \quad u = \frac{r^2}{r'^2} - \frac{a^2}{a'^2}.$$

La formule de Taylor me donne

$$M_k = \frac{r^k}{r'^{k+1}} \sum_{l=0}^{l=\infty} \frac{u^l}{1.2\ldots l} f^{(l)}(h).$$

Je tire de (2)

$$b^{(k)} = \theta^k f(h), \quad f(h) = b^{(k)}\theta^{-k},$$

et il en résulte

$$M_k = \frac{r^k}{r'^{k+1}} \sum_{l=0}^{l=\infty} \frac{\left(\frac{r^2}{r'^2} - \frac{a^2}{a'^2}\right)^l}{1.2\ldots l}\,\frac{d^l}{dh^l}\left(b^{(k)}\theta^{-k}\right).$$

La formule (1) donne ensuite

$$\frac{1}{\Delta} = \frac{1}{2}\sum_{l=0}^{l=\infty} \frac{1}{r'}\,\frac{\left(\frac{r^2}{r'^2} - \frac{a^2}{a'^2}\right)^l}{1.2\ldots l}\,\frac{d^l}{dh^l}\,b^{(0)} + \sum_{k=1}^{k=\infty}\sum_{l=0}^{l=\infty} \frac{r^k}{r'^{k+1}}\,\frac{\left(\frac{r^2}{r'^2} - \frac{a^2}{a'^2}\right)^l}{1.2\ldots l}\,\frac{d^l}{dh^l}\left(b^{(k)}\theta^{-k}\right)\cos k\delta.$$

Or le développement donné par Cauchy est le suivant :

$$(3) \qquad \left\{\begin{array}{l} \dfrac{1}{\Delta} = \displaystyle\sum_{l=0}^{l=\infty} \Theta_{0,l}P_{0,l} + 2\sum_{k=1}^{k=\infty}\sum_{l=0}^{l=\infty} \Theta_{k,l}P_{k,l}, \\ \text{où} \\ P_{k,l} = \dfrac{1.3\ldots(2l-1)}{2.4\ldots 2l}\,\dfrac{r^k}{r'^{k+1}}\left(\dfrac{r^2}{r'^2} - \dfrac{a^2}{a'^2}\right)^l \cos k\delta. \end{array}\right.$$

On en déduit immédiatement l'expression suivante des transcendantes $\Theta_{k,l}$

de Cauchy :

$$(4)\qquad \begin{cases} 2\Theta_{k,0} = b^{(k)}\theta^{-k}, \\ 2\Theta_{k,l} = \dfrac{2l}{1.3\ldots(2l-1)}\dfrac{d^l}{dh^l}(b^{(k)}\theta^{-k}). \end{cases}$$

Or, en désignant par $F(\alpha, \beta, \gamma, x)$ la série hypergéométrique, on a

$$b^{(k)} = 2\,\frac{1.3\ldots(2k-1)}{2.4\ldots2k}F(\tfrac{1}{2}, k+\tfrac{1}{2}, k+1, h).$$

Il en résulte donc, en vertu de formules connues,

$$(5)\qquad \Theta_{k,0} = \frac{1.3\ldots(2k-1)}{2.4\ldots2k}\theta^k F(\tfrac{1}{2}, k+\tfrac{1}{2}, k+1, h),$$

$$(6)\qquad \Theta_{k,l} = \frac{2^l}{1.3\ldots(2l-1)}\frac{d^l\Theta_{k,0}}{dh^l},$$

$$(7)\qquad \Theta_{k,l} = \frac{1.3\ldots(2k+2l-1)}{2.4\ldots(2k+2l)}F(l+\tfrac{1}{2}, k+l+\tfrac{1}{2}, k+l+1, h).$$

» Les formules (5) et (7) montrent que les fonctions $\Theta_{k,l}$ sont des séries hypergéométriques; la formule (6) donne une expression très simple de $\Theta_{k,l}$, à l'aide de $\Theta_{k,0}$.

» En partant des propriétés bien connues de la série hypergéométrique, on arrive aisément à la relation suivante :

$$(k+l+\tfrac{1}{2})\Theta_{k,l} - [k+l+1-(k+2l+2)\theta^2]\Theta_{k,l+1} - (l+\tfrac{3}{2})\theta^2(1-\theta^2)\Theta_{k,l+2} = 0.$$

On en déduira, en toute sécurité, $\Theta_{k,l}$ de $\Theta_{k,l+1}$ et $\Theta_{k,l+2}$.

» Je trouve de même

$$(k+\tfrac{1}{2})\theta^2\Theta_{k+1,l} + (k+l-\tfrac{1}{2})\Theta_{k-1,l} = (k+l+k\theta^2)\Theta_{k,l},$$

d'où $\Theta_{k-1,l}$ en fonction de $\Theta_{k,l}$ et $\Theta_{k+1,l}$.

» Enfin, j'ai obtenu la relation suivante :

$$\Theta_{k-1,l} = \Theta_{k,l-1} + \theta^2\Theta_{k,l}.$$

» On voit, d'après les formules (3), que $P_{k,l}$ est de l'ordre l relativement aux excentricités des orbites; si donc on néglige les quantités du huitième ordre, comme on le fait généralement, l devra recevoir les valeurs $0, 1, \ldots, 7$; on peut se convaincre aisément, en partant de ce qui précède, qu'il suffira de calculer $\Theta_{k'-1,7}$ et $\Theta_{k',7}$, pour pouvoir en déduire en toute sécurité, et par des calculs très simples, toutes les valeurs numériques des transcendantes $\Theta_{k,l}$;

k' désigne ci-dessus la plus grande valeur de k, qui sera, par exemple, 10 ou 11 dans la théorie de Jupiter et de Saturne.

» Pour établir les relations des nouvelles transcendantes avec les anciennes, je suis amené à avoir recours aux formules suivantes :

$$\frac{d^n\varphi(\sqrt{x})}{dx^n}=\frac{\varphi^{(n)}(\sqrt{x})}{(2\sqrt{x})^n}-\frac{n(n-1)}{1}\frac{\varphi^{(n-1)}(\sqrt{x})}{(2\sqrt{x})^{n+1}}+\ldots,$$

$$\frac{d^n\varphi(x^2)}{dx^n}=(2x)^n\varphi^{(n)}(x^2)+\frac{n(n-1)}{1}(2x)^{n-2}\varphi^{(n-1)}(x^2)+\ldots.$$

Je pose, en outre,

$$\Phi_{k,l}=2\Theta_{k,l}.1.3\ldots(2l-1)\theta^{k+2l},$$

$$b_n^{(k)}=\theta^n\frac{d^nb^{(k)}}{d\theta^n},$$

$$\frac{k(k+1)\ldots(k+i-1)}{1.2\ldots i}=[k]_i,$$

$$\frac{k(k-1)\ldots(k-i+1)}{1.2\ldots i}=(k)_i,$$

et je trouve

$$\begin{aligned}\Phi_{k,l}=b_l^{(k)}&-l\left[[k]_1+\frac{l-1}{2}\right]b_{l-1}^{(k)}+l(l-1)\left[[k]_2+\frac{l-1}{2}[k]_1+\frac{(l-2)(l+1)}{2.4}\right]b_{l-2}^{(k)}+\ldots\\&+(-1)^jl(l-1)\ldots(l-j+1)\left\{\begin{matrix}[k]_j+\frac{l-1}{2}[k]_{j-1}+\ldots\\+\frac{(l-i)(l+1)(l+2)\ldots(l+i-1)}{2.4\ldots2i}[k]_{j-i}+\ldots\end{matrix}\right\}b_{l-j}^{(k)}+\ldots,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}b_n^{(k)}=\Phi_{k,n}&+n\left[(k)_1+\frac{n-1}{2}\right]\Phi_{k,n-1}+n(n-1)\left[(k)_2+\frac{n-2}{2}(k)_1+\frac{(n-2)(n-3)}{2.4}\right]\Phi_{k,n-2}+\ldots\\&+n(n-1)\ldots(n-j+1)\left\{\begin{matrix}(k)_j+\frac{n-j}{2}(k)_{j-1}+\ldots\\+\frac{(n-j)(n-j-1)\ldots(n-j-i+1)}{2.4\ldots2i}(k)_{j-i}+\ldots\end{matrix}\right\}\Phi_{k,n-j}+\ldots.\end{aligned}$$

Ceux des coefficients des termes de la fonction perturbatrice qui sont de la forme

$$A_0b^{(k)}+A_1b_1^{(k)}+A_2b_2^{(k)}+\ldots$$

se présenteront maintenant sous la forme

$$B_0\Phi_{k,0}+B_1\Phi_{k,1}+B_2\Phi_{k,2}+\ldots.$$

Peut-être pourrait-on profiter des relations nombreuses qui existent entre les $\Phi_{k,l}$ ou les $\Theta_{k,l}$ pour simplifier ces coefficients.

» En terminant, je ferai remarquer qu'on pourra remplacer, comme je

l'ai montré récemment, $\cos kV$ par un nombre limité de termes tels que

$$Q_{i,j}^{(k)} \cos i(v' - v + \varpi' - \varpi) \cos j(v' + v + \varpi' + \varpi),$$

où $Q_{i,j}^{(k)}$ est la différence des carrés de deux polynômes dérivés de la série hypergéométrique; en se reportant à la formule (3), on verra que la fonction perturbatrice peut être décomposée en termes tels que

$$\Theta Q . r^h \cos \alpha v . r'^{-h'} \cos \alpha' v',$$

les cosinus pouvant aussi être remplacés par des sinus; si donc on désigne par U et U′ les coefficients des cosinus de multiples déterminés des anomalies moyennes dans les développements de $r^h \cos \alpha v$ et $r'^{-h'} \cos \alpha' v'$, le coefficient d'un terme périodique quelconque de la fonction perturbatrice sera de la forme

$$\Sigma \Theta Q U U'.$$

Θ est une fonction de θ représentée par une série hypergéométrique; Q est une fonction de l'inclinaison mutuelle des orbites, représentée par deux polynômes dérivés de la série hypergéométrique; enfin U est une fonction de l'excentricité e, qui s'exprime à l'aide de la série hypergéométrique et des transcendantes de Bessel; U′ est une fonction analogue de l'excentricité e'.

» On voit donc que la série hypergéométrique joue un rôle fondamental dans le développement de la fonction perturbatrice. »

MÉCANIQUE. — *De la compensation des températures dans les chronomètres.* Note de M. **Phillips** [1].

« Nous allons maintenant mettre la valeur de $\frac{\Delta \tau'}{T}$ sous une certaine forme. A cet effet, remarquons que la déformation du balancier est déterminée par celles de toutes les lames bimétalliques et de toutes les pièces qui se dilatent librement. Or la variation du moment d'inertie du balancier, due à une lame bimétallique quelconque, est, en vertu des équations (10) et (12), une fonction déterminée des deux variables $(\gamma'' - \gamma')\theta + (\delta'' - \delta')\theta^2$ et $\gamma_1 \theta + \delta_1 \theta^2$. D'un autre côté, la variation du moment d'inertie du balancier, due à l'une quelconque des pièces qui se dilatent librement, est déter-

[1] Voir *Comptes rendus*, séance du 8 mars 1880.

minée par l'allongement proportionnel correspondant, qui est lui-même de la forme (12). Soient donc, pour toutes les lames bimétalliques, $x, x', x'', \ldots$ les différentes valeurs de $(\gamma'' - \gamma')\theta + (\delta'' - \delta')\theta^2$, puis, pour toutes les pièces qui se dilatent librement et pour les surfaces de séparation de toutes les lames bimétalliques, $x_1, x'_1, x''_1, \ldots$ les différentes valeurs de $\gamma_1\theta + \delta_1\theta^2$. $\frac{\Delta A}{A}$, et par suite $\frac{\Delta\tau'}{T}$, est une fonction déterminée des variables $x, x', x'', \ldots,$ $x_1, x'_1, x''_1, \ldots,$ nulle quand toutes ces variables sont nulles. On a donc, en se limitant aux termes du second ordre par rapport à la température,

$$(15)\quad \left\{\begin{aligned} \frac{\Delta\tau'}{T} &= ax + a'x' + a''x'' + \ldots + a_1x_1 + a'_1x'_1 + a''_1x''_1 + \ldots \\ &\quad + bx^2 + b'x'^2 + b''x''^2 + \ldots + b_1x_1^2 + b'_1x_1'^2 + b''_1x_1''^2 + \ldots \\ &\quad + cxx' + c'xx'' + \ldots \\ &\quad + ix_1x'_1 + i'x_1x''_1 + \ldots + jxx_1 + j'xx'_1 + \ldots, \end{aligned}\right.$$

tous les coefficients du second membre dépendant uniquement de la forme et des dimensions du balancier et pouvant se calculer, au moyen de l'équation (14), de la manière qui a été expliquée ci-dessus.

Sous une forme abrégée, l'équation (15) peut s'écrire

$$(16)\quad \left\{\begin{aligned} \frac{\Delta\tau'}{T} &= \Sigma ax + \Sigma a_1x_1 + \Sigma bx^2 + \Sigma b_1x_1^2 \\ &\quad + \Sigma cxx' + \Sigma ix_1x'_1 + \Sigma jxx_1. \end{aligned}\right.$$

» Posons maintenant, pour la clarté des notations,

$$x' = (\lambda'' - \lambda')\theta + (\mu'' - \mu')\theta^2 \quad \text{et} \quad x'_1 = \gamma'_1\theta + \delta'_1\theta^2.$$

» En se bornant aux termes du second ordre par rapport à la température, on a, en vertu des équations (7), (13) et (16), pour déterminer la perturbation, l'équation

$$(17)\quad \left\{\begin{aligned} \frac{\Delta T}{T} &= [N + \Sigma a(\gamma'' - \gamma') + \Sigma a_1\gamma_1]\theta \\ &\quad + \{N' + N[\Sigma a(\gamma'' - \gamma') + \Sigma a_1\gamma_1] + \Sigma a(\delta'' - \delta') + \Sigma a_1\delta_1 \\ &\quad + \Sigma b(\gamma'' - \gamma')^2 + \Sigma b_1\gamma_1^2 \\ &\quad + \Sigma c(\gamma'' - \gamma')(\lambda'' - \lambda') + \Sigma i\gamma_1\gamma'_1 + \Sigma j(\gamma'' - \gamma')\gamma_1\}\theta^2. \end{aligned}\right.$$

En égalant à zéro les coefficients de θ et de θ^2 dans le second membre de l'équation ci-dessus, on a deux équations propres à déterminer deux des éléments de la construction du balancier de manière à annuler la pertur-

bation. Mais il n'est nullement démontré que, quel que soit le système du balancier, ces équations fournissent des valeurs admissibles de ces deux inconnues.

» Supposons donc que le chronomètre soit réglé de manière que ses marches aux températures extrêmes soient égales. Soient $\theta = \theta_1$ et $\theta = -\theta_1$ les températures extrêmes. On a

$$(18)\qquad \Sigma a(\gamma'' - \gamma') + \Sigma a_1\gamma_1 = -\mathrm{N}$$

et la perturbation aux températures extrêmes, ou l'erreur secondaire, est donnée par l'équation

$$(19)\quad \left\{\begin{aligned} \frac{\Delta \mathrm{T}}{\mathrm{T}} = [\mathrm{N}' - \mathrm{N}^2 &+ \Sigma a(\delta'' - \delta') + \Sigma a_1 \delta_1 \\ &+ \Sigma b(\gamma'' - \gamma')^2 + \Sigma b_1 \gamma_1^2 \\ &+ \Sigma c(\gamma'' - \gamma')(\lambda'' - \lambda') + \Sigma i \gamma_1 \gamma'_1 + \Sigma j(\gamma'' - \gamma')\gamma_1]\,\theta_1^2. \end{aligned}\right.$$

» L'élément de la construction du balancier déterminé par l'équation (18), étant fonction de N et figurant dans une partie des termes du second membre de l'équation (19), qui contient en outre N', on voit déjà que *le choix du spiral doit exercer une certaine, peut-être même une grande influence sur la valeur de l'erreur secondaire.*

» Supposons maintenant que toutes les lames bimétalliques soient formées par l'association des deux mêmes métaux, ceux-ci étant exactement dans le même état moléculaire dans toutes ces lames, auquel cas γ', γ'', δ' et δ'' ont les mêmes valeurs pour toutes les lames. Alors l'équation (18) devient

$$(20)\qquad (\gamma'' - \gamma')\Sigma a + \Sigma a_1\gamma_1 = -\mathrm{N},$$

d'où

$$\Sigma a = -\frac{\mathrm{N} + \Sigma a_1\gamma_1}{\gamma'' - \gamma'},$$

et l'erreur secondaire est donnée par l'équation

$$(21)\quad \left\{\begin{aligned} \frac{\Delta \mathrm{T}}{\mathrm{T}} = \Big[\mathrm{N}' - \mathrm{N}^2 - \mathrm{N}\frac{\delta'' - \delta'}{\gamma'' - \gamma'} &- \frac{\delta'' - \delta'}{\gamma'' - \gamma'}\Sigma a_1\gamma_1 + \Sigma a_1\delta_1 \\ &+ (\gamma'' - \gamma')^2(\Sigma b + \Sigma c) + \Sigma b_1\gamma_1^2 + \Sigma i\gamma_1\gamma'_1 + (\gamma'' - \gamma')\Sigma j\gamma_1\Big]\,\theta_1^2 \end{aligned}\right.$$

» S'il arrivait que l'influence des pièces qui se dilatent librement et celle de la dilatation des surfaces de séparation des lames bimétalliques fussent

négligeables, cette équation se simplifierait, et elle deviendrait

$$(22) \qquad \frac{\Delta T}{T} = \left[N' - N^2 - N \frac{\delta'' - \delta'}{\gamma'' - \gamma'} + (\gamma'' - \gamma')^2 (\Sigma b + \Sigma c) \right] \theta_1^2.$$

» Les trois premiers termes entre parenthèses du second membre de l'équation (21) dépendent essentiellement du spiral; de plus, le troisième dépend de la nature des deux métaux qui forment les lames bimétalliques. Occupons-nous spécialement de ce troisième terme qui entre dans l'erreur secondaire pour une part égale, en grandeur et en signe, à

$$- N \frac{\delta'' - \delta'}{\gamma'' - \gamma'} \theta_1^2 \times 86400$$

par vingt-quatre heures, le signe — correspondant à une avance et le signe + à un retard. Cherchons à nous rendre compte de l'importance de ce terme.

» Et d'abord d'observations faites avec un balancier non compensé, par MM. Delamarche et Ploix, M. Caspari, en se bornant aux termes du premier ordre par rapport à la température, a conclu, pour l'effet dû au spiral seul, celui-ci étant d'acier, un retard uniforme de $9^s,44$ par degré et vingt-quatre heures, ce qui donnerait, dans ce cas,

$$N = \frac{9,44}{86400}.$$

» Des observations faites, dans des circonstances analogues, par M. Airy et par M. Dent conduiraient sensiblement au même résultat.

» Nous pouvons, au moyen de ce qui précède, pousser l'approximation plus loin en tenant compte des termes du second ordre. En appliquant la formule (14) à un balancier non compensé, on trouve immédiatement, dans ce cas,

$$(23) \qquad \frac{\Delta\tau'}{T} = \gamma\theta + \delta\theta^2,$$

γ et δ étant respectivement les premier et second coefficients de dilatation linéaire du balancier.

» On a donc, dans ce cas, en vertu de (7),

$$(24) \qquad \frac{\Delta T}{T} = (N + \gamma)\theta + (N' + N\gamma + \delta)\theta^2.$$

» Soient respectivement d_0 et d_1 les marches du chronomètre pour deux

températures θ_0 et θ_1, ces températures étant comptées à partir d'une température moyenne, d'ailleurs arbitraire. On a

$$(25)\qquad (N+\gamma)\theta_0 + (N' + N\gamma + \delta)\theta_0^2 = \frac{d_0}{86400}$$

et

$$(26)\qquad (N+\gamma)\theta_1 + (N' + N\gamma + \delta)\theta_1^2 = \frac{d_1}{86400},$$

équations d'où l'on tire

$$(27)\qquad N = \frac{1}{86400}\left[\frac{d_0\theta_1^2 - d_1\theta_0^2}{\theta_0\theta_1(\theta_1 - \theta_0)} - 86400\gamma\right]$$

et

$$(28)\qquad N' = \frac{1}{86400}\left[\frac{d_1\theta_0 - d_0\theta_1}{\theta_0\theta_1(\theta_1 - \theta_0)} - 86400(N\gamma + \delta)\right].$$

» Parmi toutes les observations de MM. Delamarche et Ploix, faites avec un balancier de laiton, nous avons choisi les suivantes, qui nous ont paru offrir plus spécialement des garanties d'exactitude :

Température.	Marche.
°	m s
0	+3.33,5
19,9	−0. 2,7
21,9	−0.24,0
35	−2.52,6

» Afin d'appliquer les formules (27) et (28), prenons 0° pour température moyenne.

» Supposons d'abord $\theta_0 = 19°,9$ et $\theta_1 = 35°$. Alors $d_0 = 216^s,2$ et $d_1 = 386^s,1$, et les formules (27) et (28) donnent

$$N = 0,0001046,$$

d'où

$$86400N = 9^s,038,$$

et

$$N' = 0,0000001163,$$

d'où, pour la part de N' dans l'erreur secondaire,

$$86400N'\theta_1^2 = +2^s,26 \quad (\text{pour } \theta_1 = \pm 15°).$$

» Supposons maintenant $\theta_0 = 21°,9$ et $\theta_1 = 35°$. Alors $d_0 = 237^s,5$ et $d_1 = 386^s,1$, et les formules (27) et (28) donnent

$$N = 0,0001033,$$

d'où

$$86400\,\mathrm{N} = 8^{s},93$$

et

$$\mathrm{N}' = 0,0000001532,$$

d'où, pour la part de N′ dans l'erreur secondaire,

$$86400\,\mathrm{N}'\theta_1^2 = +\,2^{s},98 \quad (\text{pour } \theta_1 = \pm 15^{\circ}).$$

» Nous croyons pouvoir conclure de ce qui précède que, pour un spiral d'acier, la valeur très approchée de N peut être regardée comme étant donnée par la formule

$$(29) \qquad \mathrm{N} = \frac{9}{86400} = \frac{1}{9600}.$$

» Quant à N′, nous pensons que les expériences de MM. Delamarche et Ploix ne permettent pas d'en avoir la valeur avec une exactitude suffisante. Pour l'obtenir, pour un spiral déterminé, il faudrait des marches relevées au moyen d'une étuve à température rigoureusement constante. Les formules précédentes permettraient alors de calculer N et N′. »

ASTRONOMIE. — *Sur l'hypothèse de Laplace*. Note de M. FAYE.

« La belle hypothèse de Laplace sur la formation de notre monde est trop connue pour qu'il soit besoin de la rappeler ici. Elle paraissait rallier, il y a peu d'années, la grande majorité et même, d'après notre célèbre Correspondant feu le P. Secchi, l'unanimité des suffrages des astronomes. Cependant des doutes sérieux se sont élevés à l'étranger dans ces derniers temps, et le moment paraît être venu de soumettre cette hypothèse à un nouvel examen. C'est une tâche que je vais m'efforcer de remplir avec le respect que nous devons aux idées de notre grand géomètre et la réserve qu'impose un sujet si délicat.

» A l'époque de Laplace, cette hypothèse satisfaisait admirablement aux conditions que l'on connaissait ou du moins que l'on croyait bien connaître. Il y a dans notre système, disait Laplace, quarante-trois mouvements qui tous s'effectuent dans le même sens, à savoir les circulations de onze planètes et de dix-huit satellites, puis les rotations de quatorze de ces corps, à savoir le Soleil, six planètes, la Lune, les satellites de Jupiter, l'anneau de Saturne et un de ses satellites. Or on trouve, par le Calcul des probabilités, qu'il y a plus de 4000 milliards à parier contre 1 que cette

disposition n'est pas l'objet du hasard, ce qui forme une probabilité bien supérieure à celle des événements historiques sur lesquels on ne se permet aucun doute. Nous devons donc croire, au moins avec la même confiance, qu'une cause primitive a dirigé dans le même sens que la rotation du Soleil toutes ces circulations, toutes ces rotations de planètes et de satellites.

» Aussi Laplace a-t-il conçu son hypothèse de manière à assurer le même sens aux mouvements de circulation autour du Soleil, aux rotations des planètes, aux rotations des satellites et à leur circulation autour de leurs planètes centrales dans toute l'étendue du système solaire. Depuis cette époque, on a découvert plus de deux cents planètes, et l'une d'elles, Neptune, a presque doublé l'étendue de notre système. De cet énorme nombre de planètes nouvelles trouvées dans des régions différentes, pas une n'est venue contredire l'idée de Laplace.

» Il y a donc dans cette théorie un point inébranlable : c'est l'idée que notre système a été formé aux dépens d'une masse primitivement fort étendue et animée principalement d'un mouvement de rotation de droite à gauche. Quel que soit le mode de formation des planètes, lesquelles n'ont d'ailleurs emprunté à la masse primitive que $\frac{1}{700}$ au plus de sa valeur, la circulation originaire a dû engendrer des planètes se mouvant dans le même sens dans le plan de l'équateur primitif.

» Cependant, à côté de ces éclatantes confirmations, il s'est produit aussi des contradictions irrécusables qui ont ébranlé tout le reste de l'hypothèse. A l'époque de Laplace, les mouvements des satellites d'Uranus n'étaient pas bien connus. Il a fallu réduire à quatre leur nombre, évalué d'abord à six. La détermination du sens de leurs mouvements, qu'on avait crus d'abord directs par pure analogie, exigeait un temps assez long. On a fini par reconnaître que tous ces satellites sont rétrogrades, ce qui donne à croire que la rotation de la planète affecte le même sens.

» Mais la théorie était faite. Les astronomes se sont consolés d'abord de cet échec en pensant, fort gratuitement d'ailleurs, qu'il n'y avait là, au bout du compte, qu'une exception probablement due à quelque cause extérieure; mais, plus tard, on a découvert un satellite à la planète Neptune, bien plus loin encore qu'Uranus, et ce satellite s'est trouvé encore plus franchement rétrograde que ceux de cette dernière planète. Il ne s'agissait donc pas là d'une exception, mais d'un ensemble de faits, et la conclusion que voici, bien qu'elle n'ait pas été formulée, s'impose désormais. Le système solaire se divise en deux moitiés : dans l'une, la plus voisine du Soleil, les rotations des planètes et les mouvements des satellites sont tous directs; dans l'autre moitié ils sont tous rétrogrades.

» L'hypothèse de Laplace ne donne des mouvements directs aux satellites et aux rotations planétaires que par suite d'une idée préconçue dont je vais indiquer la filiation. Elle admet, en effet, que les anneaux nébuleux successivement détachés du Soleil tournaient autour de lui tout d'une pièce dans le sens direct, à la manière d'un anneau solide, en sorte qu'au bord extérieur la vitesse linéaire de rotation était plus grande qu'au bord intérieur, dans l'exacte proportion des distances au centre. S'il en est ainsi, et que l'anneau vienne à se transformer en une masse unique par la concentration de toutes ses particules autour d'un centre d'attraction prépondérant, cette masse devra prendre une rotation directe et donner plus tard naissance à des satellites également directs.

» Laplace avait profondément étudié la théorie des anneaux de Saturne, dont la considération l'a évidemment mis sur la voie quand il a voulu aborder plus tard la formation du système solaire. Or, dans ses recherches analytiques sur ces anneaux, Laplace a adopté et développé une idée de Maupertuis; il admettait, comme lui, que l'anneau de Saturne est animé d'un mouvement de rotation autour d'un axe, et il a montré que dans ces conditions un anneau fluide peut être en équilibre sous l'action mutuelle de ses particules combinées avec sa rotation et les forces extérieures, pourvu que la période de la rotation fût celle de la circulation d'un satellite placé là, et que sa figure génératrice fût une ellipse ayant son grand axe dirigé vers la planète. Évidemment Laplace a conçu plus tard sur le même plan tous les anneaux fluides qu'il a imaginés autour du Soleil.

» Or, aujourd'hui, les idées des astronomes ont totalement changé à ce sujet. On a abandonné l'idée de Maupertuis et de Laplace pour revenir à celle de Cassini, qui déjà considérait les anneaux de Saturne comme une réunion de satellites, à la vérité sans s'appuyer sur des considérations de Mécanique [1].

» Mais alors les particules de ces anneaux les plus éloignées du corps central ont les moindres vitesses linéaires, et, si elles viennent à se condenser en un seul globe devant donner naissance à une planète entourée de satellites, les rotations et les circulations de ce petit système seront toutes rétrogrades, comme cela a lieu dans une moitié du monde solaire. Seulement l'hypothèse de Laplace ainsi modifiée exigerait qu'il en fût de même partout, en sorte que pour nous en particulier, habitants de la Terre, le sens du mouvement journalier du ciel devrait être renversé.

» Ce n'est pas tout : on a découvert il y a trois ans, en Amérique, deux

---

[1] Voir à ce sujet les beaux Mémoires de M. Hirn et de feu M. Clerk Maxwell.

satellites à la planète Mars, qui n'en paraissait avoir aucun du temps de Laplace. Or le premier circule dans une région interdite par la théorie à la formation de ces astres. La durée de la rotation d'une planète, disait Laplace, doit être, dans mon hypothèse, plus petite que la durée de la révolution du corps le plus voisin qui circule autour d'elle. Or le satellite Phobos fait le tour de la planète en trois fois moins de temps que la planète ne tourne autour de son axe. Ce n'est pas là la seule exception à la règle de Laplace : il en est de même, comme l'a remarqué depuis longtemps M. Roche, d'une partie des anneaux de Saturne. Il y a donc quelque défectuosité dans l'idée mère de la théorie.

» L'idée mère du système de Laplace, c'est que le Soleil est, sauf l'incandescence, un globe comme le nôtre, solide ou liquide, entouré d'une atmosphère. Cette atmosphère, enrichie sans doute de quelques matériaux plus volatils que les autres, s'était étendue autrefois, sous l'influence de la chaleur originaire, jusqu'aux limites de notre monde, la vitesse de rotation du globe central se propageant dans ses couches successives par l'effet de leur friction mutuelle, de manière à régler en parfait accord la rotation de l'atmosphère sur celle du globe central. Par l'effet du refroidissement, ce globe central s'est contracté peu à peu; sa vitesse de rotation, et par suite celle de l'atmosphère, a donc été en s'accélérant. Mais il y a une limite que celle-ci ne saurait dépasser : c'est celle où la force centrifuge équatoriale fait équilibre à la pesanteur ; tout ce qui est au delà cesse d'appartenir à cette atmosphère et doit se mettre à circuler planétairement autour du Soleil. Mais ici on oublie une chose, ce me semble : c'est que, si le globe central se contracte peu à peu par le refroidissement, il en sera de même de l'atmosphère. Or rien ne prouve qu'elle ne se contractera pas assez pour ne pas se laisser atteindre par la limite ci-dessus posée. Il suffirait qu'à une augmentation de 1 millième dans la vitesse de rotation du globe central correspondît une contraction de $1\frac{1}{2}$ millième dans le rayon de l'atmosphère pour que celle-ci ne laissât jamais rien perdre et ne donnât jamais lieu à la formation d'une planète.

» Les études modernes ont fait rejeter cette conception. Pour nous, la masse du Soleil est à l'état de fluidité plus ou moins complète dans toute son étendue. Il n'y a plus de sol solide ou liquide qui marque le commencement d'une atmosphère. Ce qu'on nomme la photosphère n'est que la région où l'abaissement progressif de la température interne permet à certaines vapeurs de se condenser passagèrement et de former une zone mobile de nuages incandescents. Si donc le Soleil s'est étendu plus loin autrefois,

c'est sa masse entière qui se sera dilatée ; c'est elle qui se sera contractée tout entière sous l'influence du refroidissement.

» Pour savoir si, dans cette conception, le Soleil a pu abandonner une faible partie de sa masse sous l'influence du refroidissement et de l'accélération qui a dû en résulter dans son mouvement de rotation, il faudrait connaître, à ces âges divers, la loi suivant laquelle la densité a varié du centre à la surface. Nous ne connaissons pas cette loi, mais nous pouvons la représenter algébriquement par une expression contenant des paramètres arbitraires tels, qu'on aura à volonté les genres de décroissement les plus variés du centre à la surface.

» Soient D la densité centrale, R le rayon de l'équateur solaire, r la distance d'un point quelconque au centre, n un nombre positif tout à fait arbitraire, α une fraction très petite. En posant

$$(1) \qquad D\left[1-(1-\alpha)\sqrt[n]{\frac{r}{R}}\right],$$

nous aurons une densité finale très faible et en même temps un décroissement des densités aussi rapide qu'on le voudra du centre à la superficie, puisque n peut varier de zéro à l'infini et α être remplacé par zéro [1]. En intégrant de $r=0$ à $r=R$ la différentielle

$$(2) \qquad 4\pi r^2\,dr \times D\left[1-(1-\alpha)\sqrt[n]{\frac{r}{R}}\right],$$

on aura, pour la masse M du Soleil,

$$(3) \qquad M = \frac{4}{3}\pi R^3 D \frac{1+3\alpha n}{1+3n}.$$

» La densité moyenne $D\frac{1+3\alpha n}{1+3n}$ peut donc devenir aussi faible qu'on le voudra par rapport à la densité centrale.

» Le moment d'inertie I s'obtiendra en intégrant de o à R la même expression différentielle multipliée par $\frac{2}{3}r^2$, ce qui donne

$$I = \frac{8}{15}\pi R^5 D \frac{1+5\alpha n}{1+5n}.$$

---

(1) Cette loi est analogue à celle que M. Roche a substituée avec un plein succès, pour le globe terrestre, à celle de Legendre et de Laplace. Voir l'*Essai sur l'origine du système solaire*, par E. Roche. Gauthier-Villars, 1873.

» Par suite, tant que le Soleil ne perdra rien de sa masse, nous aurons, en désignant par ω la vitesse de rotation,

$$(4) \qquad \frac{8}{15}\pi R^5 D \frac{1+5\alpha n}{1+5n}\omega = \text{const.}$$

» Représentons cette constante par p, et éliminons D entre (3) et (4); en posant, pour abréger,

$$\beta = \frac{2}{5} \cdot \frac{1+5\alpha n}{1+5n} : \frac{1+3\alpha n}{1+3n},$$

il viendra

$$\beta R^2 \omega = \frac{p}{M}.$$

On aura donc, pour la force centrifuge à la distance R,

$$(5) \qquad \omega^2 R = \frac{p^2}{M^2\beta^2}\frac{1}{R^3}.$$

Si l'on n'admet pas de planètes formées aux dépens du Soleil, nous aurons p en appliquant l'équation (5) à l'état actuel. Pour cela nous accentuerons toutes les lettres (sauf p) qui se rapportent à cet état. Or on trouve qu'aujourd'hui le rapport de la force centrifuge équatoriale $\omega'^2 R'$ à la pesanteur $\frac{fM}{R'^2}$ est celui de 1 à 28000 [1]. On aura donc

$$(6) \qquad \frac{p^2}{M^2\beta'^2}\frac{1}{R'^3} = \frac{1}{28000}\frac{fM}{R'^2},$$

» Il ne reste plus qu'à éliminer la constante p entre (5) et (6), ce qui donne, pour toute époque,

$$\frac{\text{force centrifuge}}{\text{attraction}} = \frac{1}{28000}\frac{\beta'^2}{\beta^2}\frac{R'}{R}.$$

» Il suffit de jeter les yeux sur le coefficient $\frac{\beta'^2}{\beta^2}$ pour voir qu'il sera toujours compris entre des limites très resserrées, quelque valeur qu'on donne à l'arbitraire n. Il en résulte qu'un Soleil ainsi constitué, et se rapprochant bien plus de nos idées modernes que celui de Laplace, n'aurait jamais abandonné la moindre parcelle de sa masse en se contractant de manière à arriver à l'état actuel. »

---

[1] En prenant le rayon du Soleil un peu inférieur à la distance périhélie de la comète de 1843.

CHIMIE. — *Réponse aux observations de M.* Berthelot, *concernant l'hydrate de chloral;* par M. **Ad. Wurtz.**

« M. Berthelot reconnaît dans sa dernière Note que « tout porte à » croire que l'hydrate de chloral est dissocié, c'est-à-dire en partie décom» posé, à 100° », et il admet que la décomposition tend à devenir complète à 100° et à une basse pression. Cette opinion se rapprochant beaucoup de celle que je soutiens, il me semble inutile de prolonger la discussion. Les appareils ont été décrits, les arguments donnés de part et d'autre : chacun pourra répéter les expériences, et les physiciens apprécieront.

» Je me borne à ajouter que, dans cette Note, mon honorable contradicteur raisonne comme si je n'avais pas expérimenté à la pression ordinaire. Ai-je besoin de rappeler que, ayant souvent répété mes expériences dans ces conditions, je n'ai jamais constaté un développement de chaleur, mais bien un petit abaissement de température, dont j'ai indiqué la cause : les vapeurs ne sont pas sèches, et c'est pour les dessécher que j'ai abaissé la pression? J'ajoute aussi que, dans les essais multiples que j'ai faits, j'étais arrivé à régler la marche des vapeurs de telle façon que l'hydrate de chloral se condensât en masse cristalline dans le récipient, et il en passait, dans les diverses expériences, de 20^{gr} à 40^{gr} en dix minutes. »

CHIMIE. — *Action de l'eau oxygénée sur l'oxyde d'argent et sur l'argent métallique;* par M. **Berthelot.**

« **1.** La Chimie offre peu de réactions plus étranges que celle de l'oxyde d'argent sur l'eau oxygénée : l'un et l'autre de ces corps perdant, dit-on, son oxygène, et l'argent libre étant régénéré. Cette réaction a été attribuée jusqu'ici à quelque mystérieuse action de présence. J'ai été conduit à en reprendre l'étude, à la suite de mes recherches, récemment publiées, sur la décomposition de l'eau oxygénée en présence des alcalis, et je suis arrivé à des résultats inattendus.

» **2.** On ne saurait révoquer en doute la réduction de quelque dose d'oxyde d'argent, le métal réduit pouvant être isolé, en dissolvant l'excès d'oxyde inaltéré par un acide étendu. La poudre impalpable que l'on obtient ainsi est bien de l'argent pur, comme je l'ai vérifié par l'analyse.

» **3.** Mais *le volume de l'oxygène dégagé est précisément égal à celui que*

peut fournir l'eau oxygénée, contrairement à l'opinion reçue jusqu'à ce jour. Il en est ainsi du moins avec l'eau oxygénée assez étendue pour ne pas donner lieu à des élévations de température locales, et capables de détruire par elles-mêmes l'oxyde d'argent. Voici des nombres : 100^{cc} d'eau oxygénée renfermaient, d'après le dosage par le permanganate, 114^{cc} (volume réduit) d'oxygène actif. Cette liqueur, traitée par la mousse de platine, a dégagé en effet $114^{cc},5$ d'oxygène libre. Au contact d'un excès d'oxyde d'argent aggloméré mais humide, elle a dégagé à froid exactement 114^{cc}. Mêlée avec une quantité équivalente de nitrate d'argent dissous, dans lequel on a versé ensuite une quantité précisément équivalente de soude, elle a dégagé encore 114^{cc}. Enfin j'ai reconnu que le volume de l'oxygène dégagé est indépendant de la dose d'oxyde d'argent : il a été trouvé le même, soit avec un grand excès d'oxyde, soit avec des doses égales à $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{5}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}, \frac{1}{20}$ et même $\frac{1}{40}$ d'équivalent, par rapport au poids de l'eau oxygénée.

» Ces expériences ont été reproduites avec trois échantillons d'eau oxygénée de concentration inégale.

» 4. La conséquence de ces observations est claire : la matière insoluble qui subsiste après la destruction de l'eau oxygénée doit retenir la totalité de l'oxygène de l'oxyde d'argent primitif. Cette masse, d'ailleurs, n'est pas homogène. Non seulement elle est séparable en oxyde soluble dans les acides et argent insoluble, par l'action des acides : action que l'on pourrait suspecter, comme susceptible de produire par elle-même, sur un oxyde déjà modifié, la décomposition qu'elle manifeste. Mais, la réaction de l'eau oxygénée sur l'oxyde d'argent étant exécutée en précipitant l'oxyde du nitrate par un alcali équivalent, au sein de la liqueur même qui renferme l'eau oxygénée, on observe, après la réaction, une substance noire, bien plus foncée que l'oxyde ordinaire, qui vient flotter à la surface, soulevée par les bulles d'oxygène, tandis qu'une poudre grise d'argent métallique tombe au fond. La séparation exacte du dernier corps ne peut être faite que par un acide étendu qui dissout la matière noire; mais la préexistence même du métal n'est pas douteuse.

» La matière complémentaire ne saurait être dès lors qu'un oxyde supérieur; sa dissolution, faite à chaud dans l'acide sulfurique étendu, dégage en effet de l'oxygène [1].

---

[1] L'acide nitrique très étendu redissout aussi cet oxyde; mais il agit toujours, même à froid, sur l'argent qui l'accompagne et dont il attaque une portion.

» J'ai déterminé les rapports de poids des divers produits. Par exemple :

» I. 50^{cc} d'eau oxygénée renfermaient 122^{cc} d'oxygène actif (volume réduit). Mis en présence de 12^{gr} d'oxyde d'argent humide, c'est-à-dire d'un excès, ils ont dégagé 122^{cc}.

» On a versé dans le ballon un excès d'acide sulfurique étendu de 5 volumes d'eau et l'on a fait bouillir; on a recueilli : oxygène 40^{cc}, c'est-à-dire un tiers du volume fourni par l'eau oxygénée.

» L'argent métallique régénéré pesait 0^{gr},82; il équivalait très sensiblement au tiers de l'oxygène actif de l'eau oxygénée (0,79 au lieu de 0,82).

» II. Volumes équivalents de nitrate d'argent et de soude ont été mêlés, le précipité lavé par décantation, en évitant toute perte, autant qu'il a été possible, et jusqu'à absence complète de nitrate. L'oxyde pur ainsi obtenu, mis en suspension dans l'eau, a été placé en présence d'une dose d'eau oxygénée, équivalente au nitrate d'argent primitif. Après réaction, j'ai trouvé :

	gr
Argent de l'oxyde soluble dans l'acide sulfurique.......	1,40
Argent métallique....................................	0,65

» La somme 2^{gr},05 est un peu inférieure aux 2^{gr},36 contenus dans la liqueur primitive, à cause du lavage de l'oxyde d'argent; mais le rapport 3 : 1 est observé sensiblement, l'argent métallique formant le tiers du poids total (0,68 au lieu de 0,65). Ce dernier répond d'ailleurs, comme on voit, à peu près à un rapport équivalent entre le poids de l'eau oxygénée et celui de l'oxyde d'argent.

» III. Voici des expériences faites avec un excès considérable d'eau oxygénée : le poids de l'oxyde d'argent primitif étant déterminé par celui du nitrate d'argent que l'on précipitait par la soude, en présence de l'eau oxygénée étendue.

$HO^2 + \frac{1}{5} AgO$........	Ag total = 0,432;	Ag réduit = 0,140
$HO^2 + \frac{1}{10} AgO$........	Ag total = 0,216;	Ag réduit = 0,076
$HO^2 + \frac{1}{40} AgO$........	Ag total = 0,054;	Ag réduit = 0,017

C'est toujours le rapport 3 : 1.

» 5. Ainsi, la matière qui subsiste après la réaction renferme la totalité de l'oxygène et de l'argent contenus dans l'oxyde d'argent primitif; mais la répartition de ces éléments a été changée sous l'influence du bioxyde d'hydrogène, de façon à représenter un mélange mécanique (séparable par lévigation) dans lequel un tiers de l'argent est libre et le tiers de l'oxygène correspondant combiné au surplus de l'oxyde d'argent, en formant un sesquioxyde, dont les acides le dégagent à l'état de liberté :

$$3 AgO = Ag^2O^3 + Ag.$$

Cette réaction a lieu sur la totalité de l'oxyde d'argent employé, tant que le poids de cet oxyde d'argent demeure inférieur ou tout au plus égal à l'équi-

valent de l'eau oxygénée. Au-dessus, l'excès d'oxyde d'argent demeure inaltéré. Dans tous les cas, la totalité de l'eau oxygénée est détruite, d'après l'équation suivante :

$$3HO^2 + 3AgO = O^3 + Ag^2O^3 + 3HO + Ag.$$

» Ce sont là des faits d'expérience.

» 6. Le sesquioxyde d'argent se présente en flocons noirs, hydratés, tout à fait distincts de l'oxyde brun ordinaire. Les acides étendus l'attaquent à froid, en formant une émulsion brune qui traverse les filtres; mais ils ne tardent pas, surtout à chaud, à le dissoudre, en dégageant de l'oxygène et en régénérant des sels d'argent ordinaire. Cette réaction est très nette avec l'acide sulfurique, en opérant en présence d'une dose d'eau suffisante pour dissoudre le sulfate d'argent. L'acide nitrique agit d'une manière analogue. L'acide acétique attaque le sesquioxyde bien plus difficilement, surtout à froid. L'acide chlorhydrique le change peu à peu en chlorure, en dégageant de l'oxygène gazeux, sans que la liqueur filtrée retienne ni eau oxygénée ni composé oxydant capable d'agir sur l'iodure de potassium.

» Séché, même à froid dans une cloche, au-dessus d'un vase rempli d'acide sulfurique, le sesquioxyde d'argent perd peu à peu son oxygène excédant. Il semble dès lors que ce soit un hydrate et que l'oxyde même soit incapable d'exister à l'état anhydre. Il attire l'acide carbonique de l'air, en se changeant en carbonate ordinaire.

» 7. Cet oxyde est probablement le même qui se développe dans la réaction de l'ozone sur l'argent humide, mais en trop petite quantité pour être étudié. J'avais espéré l'obtenir pur, en faisant passer de l'ozone à travers l'eau renfermant en suspension de l'oxyde d'argent récemment précipité. L'action a lieu en effet : l'oxyde d'argent noircit peu à peu, surtout à la surface de l'eau et sur les parois du verre, où il se forme une couche adhérente et légèrement miroitante; mais cette action est très lente et très incomplète. L'oxyde ainsi modifié se dissout d'ailleurs sans résidu métallique dans l'acide sulfurique étendu.

» 8. Si nous nous reportons maintenant à la réaction de l'eau oxygénée sur l'oxyde d'argent, nous sommes conduits à l'expliquer par la formation d'un premier composé, dérivé de ces deux corps, analogue au composé de bioxyde de baryum et d'hydrogène, et tel que $Ag^2O^3, 3HO^2$.

» Un tel corps serait formé avec séparation d'argent métallique, à équivalents égaux,

$$3HO^2 + 3AgO = Ag^2O^3, 3HO^2 + Ag;$$

mais ce premier composé se détruit aussitôt en eau, sesquioxyde hydraté et oxygène,

$$Ag^2O^3, 3HO^2 = Ag^2O^3, 3HO + O^3.$$

» Cette réaction est pareille à celle des dérivés du bioxyde de baryum (*voir* ce volume, p. 335).

» L'existence réelle d'un premier composé de cette nature est facile à apercevoir, lorsqu'on prend, à une température voisine de zéro, l'eau oxygénée mélangée de nitrate d'argent et qu'on y verse goutte à goutte une solution alcaline. Il se produit d'abord un précipité brun, sans dégagement gazeux; mais, au bout de quelques secondes, l'effervescence se déclare, l'oxygène se dégage et la masse noircit de proche en proche. Ce composé initial est trop instable pour avoir pu être isolé.

» 9. J'ai cherché à déterminer la chaleur de formation du sesquioxyde d'argent, par l'étude thermique de la réaction de l'oxyde d'argent sur l'eau oxygénée. Quelles qu'aient été les proportions relatives des deux corps, la chaleur dégagée a été trouvée sensiblement la même que celle de la décomposition spontanée de l'eau oxygénée étendue, soit $10^{Cal},8$ pour HO^2.

» J'ai obtenu, par exemple,

		Cal
Avec $HO^2 + \frac{2}{3}$ AgO ancien		+ 10,9
Avec $HO^2 + \frac{1}{8}$ AgO précipitéd ans la liqueur même		+ 10,8
Avec AgO :	HO^2 mêlé avec AzO^6Ag, puis traité par NaO	+ 10,5 (1)
»	HO^2 mêlé avec NaO, puis traité par AzO^6Ag	+ 10,8
»	AzO^6Ag traité par NaO, puis mêlé avec HO^2	+ 10,7

» Il résulte de ces chiffres que la transformation de l'oxyde d'argent ordinaire en sesquioxyde et argent métallique,

$$3AgO + nHO = Ag^2O^3, nHO + Ag,$$

répond à un phénomène thermique sensiblement nul.

» Par conséquent, si la formation du protoxyde : $Ag + O = AgO$, dégage + 3,5, comme je l'admets, celle du sesquioxyde :

$$Ag^2 + O^3 + nHO = Ag^2O^3, nHO, \text{ dégagera } + 10,5.$$

» La combinaison du sesquioxyde avec l'eau oxygénée doit dégager de

---

(1) En déduisant la chaleur dégagée par AzO^6Ag étendu + NaO étendu, dans les mêmes conditions.

la chaleur, comme je l'ai prouvé pour la combinaison de l'eau oxygénée et du bioxyde de baryum : ce dégagement de chaleur est le point de départ des transformations consécutives.

» 10. En résumé, la théorie de la décomposition de l'eau oxygénée par l'oxyde d'argent paraît être la suivante :

» L'eau oxygénée forme avec l'oxyde d'argent, à équivalents égaux, un premier composé instable, tel que $Ag^2O^3, 3HO^2$, avec séparation d'argent métallique. Puis ce composé se décompose presque aussitôt en sesquioxyde hydraté, eau et oxygène ; la somme des deux effets (et probablement aussi chacun d'eux séparément) étant un dégagement de chaleur.

» Si l'oxyde d'argent est en excès, tout en reste là. Mais s'il y a au contraire un excès d'eau oxygénée, l'action se renouvelle, parce que le sesquioxyde agit à son tour sur l'eau oxygénée pour reproduire la combinaison $Ag^2O^3, 3HO^2$, laquelle se décompose encore; et ainsi de suite indéfiniment, jusqu'à destruction totale de l'eau oxygénée.

» 11. La même théorie rend compte de la décomposition de l'eau oxygénée au contact de l'argent métallique. On sait que cette action est surtout vive avec l'argent très divisé, tel que celui qui résulte de la réduction antérieure de l'oxyde d'argent par l'eau oxygénée. Mais ce n'est pas là une action de présence, comme on l'avait supposé jusqu'ici ; car l'argent s'oxyde partiellement dans la réaction. Je m'en suis assuré, en purifiant l'argent précipité, à l'aide d'une ébullition réitérée avec l'acide sulfurique étendu, jusqu'à ce qu'il ne lui abandonnât plus rien. Si l'on fait agir alors l'argent purifié sur l'eau oxygénée, qu'il décompose avec effervescence, on peut constater ensuite, au moyen de l'acide sulfurique étendu, une régénération notable d'oxyde d'argent. L'addition d'un peu d'acide chlorhydrique ou sulfhydrique à la liqueur filtrée le démontre. L'argent absolument pur, pris en feuilles minces, agit bien plus lentement sur l'eau oxygénée ; mais il forme aussi quelques traces d'oxyde, manifestées déjà par le changement de teinte que le métal éprouve par places ; traces d'oxyde que l'acide sulfurique étendu dissout : on les constate ensuite dans les liqueurs filtrées.

» Dès lors, on est autorisé à attribuer l'action décomposante de l'argent métallique sur l'eau oxygénée à la formation du sesquioxyde d'argent, jouant le rôle d'intermédiaire continu dans la décomposition de l'eau oxygénée.

» C'est ainsi que nous sommes ramenés à la théorie thermochimique qui envisage les prétendues actions de présence comme dues en réalité à un cycle régulier de métamorphoses exothermiques. »

MÉTÉOROLOGIE. — *Mémoire sur la température de l'air à la surface du sol et de la terre jusqu'à 36ᵐ de profondeur, ainsi que sur la température de deux sols, l'un dénudé, l'autre couvert de gazon, pendant l'année 1879*; par MM. **Edmond Becquerel** et **Henri Becquerel**. (Extrait.)

« Nous avons l'honneur de présenter à l'Académie, comme nous le faisons chaque année, les Tableaux météorologiques contenant les résultats des observations de température faites au Muséum d'Histoire naturelle depuis le 1ᵉʳ décembre 1878 jusqu'au 1ᵉʳ décembre 1879 inclusivement, dans l'air, puis en terre à des profondeurs variables de 1ᵐ à 36ᵐ, et dans les parties supérieures du sol, suivant qu'il est dénudé ou couvert de gazon, pendant la même période de temps.

» Ce travail est la suite des recherches entreprises au Muséum par M. Antoine Becquerel, il y a plus de dix-sept ans, à l'aide des appareils thermo-électriques qu'il a imaginés; elles sont poursuivies par les mêmes méthodes et avec les mêmes instruments [1].

» Le Mémoire renferme d'abord les Tableaux relatifs aux observations de température dans l'air au nord, à 10ᵐ,7 au-dessus du sol du Muséum et au haut d'un mât à 10ᵐ au-dessus du premier.

» Les moyennes trimestrielles et annuelles déduites des maxima et des minima, comparées à celles des dernières années, indiquent une température moins élevée, surtout en hiver et au printemps; l'automne de 1879 a peu différé de celui de 1878.

	1878.		1879.	
	Thermo-métrographe.	Max. Negretti. Min. Rutherfort.	Thermo-métrographe.	Max. Negretti. Min. Rutherfort.
Hiver (déc., janvier, février).	4°,09	3°,98	2°,35	2°,24
Printemps (mars, avril, mai)..	11,44	11,31	8,91	8,97
Été (juin, juillet, août)......	19,30	19,18	18,04	18,04
Automne (sept., oct., nov.)..	10,98	10,93	10,48	10,56
Année (moyenne)..........	11,45	11,35	9,95	9,95

» La température moyenne de 1879 est donc inférieure de 1°,5 à celle de 1878, ainsi qu'à celle de 1877 qui en avait différé peu; elle est également moindre de 1° que celles de 1875 et de 1876.

(1) *Mémoires de l'Académie des Sciences*, t. XXXII, XXXVIII, XL et XLI; *Comptes rendus*, t. LXXXII, p. 587 et 700; t. LXXXVI, p. 1222; t. LXXXIX, p. 207.

» Les températures moyennes annuelles déduites des observations du thermomètre placé au nord et de celles faites au haut du mât, corrigées du déplacement du zéro thermométrique, donnent à peu près le même résultat. On a, en effet :

	1878.		1879.	
	Au haut du mât.	Au nord.	Au haut du mât.	Au nord.
	°	°	°	°
6h du matin........	8,89	9,02	7,69	7,66
9h du matin........	11,41	11,29	9,71	9,67
3h du soir.........	14,15	13,52	12,20	12,48
Moyenne..........	11,48	11,49	9,87	9,93

» On reconnaît, comme on l'avait déjà observé antérieurement, qu'il y a presque égalité entre les résultats déduits de l'observation des thermomètres à maxima et à minima et ceux observés au nord et au haut du mât à 6h, 9h du matin et 3h du soir.

» Les circuits thermo-électriques donnent, plusieurs fois par mois, la température à diverses profondeurs, depuis 6m jusqu'à 36m (¹). On rapporte seulement ici le résumé des observations par saison.

Profondeur.	HIVER. Décemb. 1878, janv. et févr. 1879.	PRINTEMPS. Mars, avril, mai.	ÉTÉ. Juin, juillet, août.	AUTOMNE. Sept., octob., novembre.	Année.	Moyenne de treize ans.
m	°	°	°	°	°	°
1...	»	»	»	»	»	11,25
6...	12,24	10,64	11,53	12,06	11,61	11,94
11...	12,10	11,56	12,26	11,93	11,96	12,02
16...	12,28	12,22	12,60	12,08	12,30	12,09
21...	12,37	12,19	12,58	12,08	12,31	12,12
24...	12,27	12,24	12,71	12,25	12,37	12,38
31...	12,35	12,33	12,46	12,36	12,38	12,34
36...	12,48	12,48	12,48	12,48	12,48	12,44

» On avait reconnu, dans les années antérieures, que l'augmentation de température avec la profondeur n'était modifiée qu'à 16m et à 26m, là où se trouvent les deux nappes d'eau souterraines qui se dirigent vers la Seine et qui donnent à ces profondeurs des températures suivant à peu près les variations de température de l'air. On trouve, en effet, que les températures moyennes annuelles, à ces profondeurs, sont un peu plus élevées

(¹) A 1m de profondeur, l'altération subie par le câble thermo-électrique et constatée l'an passé n'a pas permis d'observer, en 1879, à cette profondeur.

qu'elles ne devraient l'être, et en cela les observations de cette année concordent avec les moyennes des treize années d'observations continues depuis l'origine.

» Le Mémoire renferme ensuite les résultats des observations faites sous des sols dénudés et gazonnés, à des profondeurs variables de $0^m,05$ à $0^m,60$, le matin et le soir; on a reconnu que deux observations à 6^h du matin et à 3^h du soir suffisaient pour suivre les changements diurnes de la température quand les appareils se trouvaient sous le sol à une profondeur plus grande que $0^m,05$. On donne seulement dans le Tableau annexé à cet extrait les moyennes mensuelles des températures sous les deux sols aux diverses profondeurs.

» Ce Tableau montre, comme ceux des années précédentes, que la marche de la température s'est effectuée d'une manière semblable; ainsi, comme antérieurement, à $0^m,05$ de profondeur, la moyenne de chaque mois est toujours plus élevée à 6^h du matin sous le sol gazonné que sous le sol dénudé; la différence a été de $3^\circ,14$ en septembre et s'est abaissée à $0^\circ,40$ en février, comme l'année passée.

» A 3^h du soir, à la même profondeur de $0^m,05$, de février en octobre, c'est-à-dire au printemps, en été et au commencement de l'automne, c'est l'inverse qui a lieu, et l'action solaire sur le sol sablonneux donne à celui-ci un excès de température variant de $2^\circ,16$ à $0^\circ,49$ sur la température observée sous le sol gazonné; de novembre à février, c'est-à-dire en hiver, le refroidissement du sol dénudé est plus grand et sa température est plus basse de $0^\circ,10$ à $1^\circ,53$ que celle du sol gazonné. En moyenne annuelle les excès ne se compensent pas, et le sol dénudé a été plus chaud de $0^\circ,78$ que le sol gazonné.

» A la profondeur de $0^m,10$ on observe des effets analogues, mais les différences de température entre les deux sols sont moins grandes; à partir de $0^m,20$ comme à $0^m,30$ et $0^m,60$, au printemps, la température moyenne diurne a été plus basse sous le sol gazonné que sous le sol dénudé; mais dans les autres mois elle a été plus élevée, et la moyenne annuelle a été plus haute sous le sol gazonné.

» On peut reconnaître, comme nous l'avons fait remarquer dans le Mémoire de l'année dernière, combien ces effets sont semblables d'un jour à l'autre dans les diverses années, surtout à la profondeur de $0^m,20$.

» Nous avions donné, dans le précédent Mémoire, un Tableau des moyennes annuelles aux différentes profondeurs, comparées à la température de l'air depuis 1872; nous ne citons ci-après que les résultats des

Sols divers.		Température moyenne annuelle à 6h du matin.					Température moyenne annuelle à 3h du soir.					Température moyenne annuelle.				
		0m,05	0m,10	0m,20	0m,30	0m,60	0m,05	0m,10	0m,20	0m,30	0m,60	0m,05	0m,10	0m,20	0m,30	0m,60
Décembre 1878.	Sol gazonné	1,55	1,75	2,94	3,00	4,45	1,82	1,83	2,70	3,37	4,57	1,69	1,79	2,82	3,19	4,51
	Sol dénudé	0,59	0,81	1,37	1,78	3,43	1,05	1,25	1,39	1,87	3,42	0,82	1,03	1,38	1,83	3,43
	Différence	0,96	0,94	1,57	1,22	1,02	0,77	0,58	1,31	1,50	1,15	0,87	0,76	1,44	1,36	1,08
Janvier 1879.	Sol gazonné	1,01	1,37	1,86	2,23	3,01	1,54	1,60	1,81	1,90	3,04	1,28	1,49	1,84	2,07	3,03
	Sol dénudé	0,60	0,81	1,01	1,50	2,34	0,75	0,99	1,14	1,38	2,45	0,68	0,85	1,08	1,44	2,39
	Différence	0,41	0,56	0,83	0,73	0,67	0,79	0,61	0,67	0,52	0,59	0,60	0,64	0,76	0,63	0,64
Février 1879.	Sol gazonné	2,93	3,02	2,99	3,06	3,77	3,54	3,50	3,08	3,17	3,98	3,24	3,26	3,04	3,12	3,88
	Sol dénudé	2,53	2,70	2,92	3,22	3,66	4,03	3,52	3,18	3,08	3,67	3,28	3,11	3,05	3,15	3,67
	Différence	0,40	0,32	0,07	-0,16	0,11	-0,49	-0,02	-0,10	0,09	0,31	-0,04	0,15	-0,01	-0,03	0,21
Mars 1879.	Sol gazonné	4,97	5,19	5,20	5,24	5,37	6,01	5,49	5,20	5,18	5,32	5,49	5,34	5,20	5,21	5,35
	Sol dénudé	4,20	4,90	5,20	5,05	5,29	7,52	6,07	5,44	5,18	5,41	5,86	5,49	5,32	5,12	5,35
	Différence	0,77	0,29	0,00	0,19	0,08	-1,51	-0,58	-0,24	0,00	-0,09	-0,37	-0,15	-0,12	0,09	0,00
Avril 1879.	Sol gazonné	8,05	8,45	8,42	8,26	7,73	9,06	8,79	8,05	8,15	7,85	8,56	8,62	8,24	8,21	7,79
	Sol dénudé	6,55	6,85	7,85	7,78	7,46	10,82	10,15	8,47	7,70	7,96	8,69	8,50	8,16	7,74	7,71
	Différence	1,50	1,60	0,57	0,48	0,27	-1,76	-1,36	-0,42	0,45	-0,11	-0,13	0,12	0,08	0,47	0,08
Mai 1879.	Sol gazonné	10,69	11,25	11,31	10,97	10,68	13,25	12,18	11,38	11,39	10,68	11,97	11,72	11,35	11,68	10,68
	Sol dénudé	8,70	9,36	10,53	10,88	10,57	14,98	10,44	11,47	10,74	10,54	11,84	9,90	11,00	10,81	10,56
	Différence	1,99	1,89	0,76	0,09	0,11	-1,73	1,74	-0,09	0,65	0,14	0,13	1,82	0,35	0,87	0,12
Juin 1879.	Sol gazonné	16,31	16,52	16,45	16,29	14,93	19,10	17,54	16,49	15,91	14,87	17,71	17,03	16,47	16,10	14,90
	Sol dénudé	14,12	14,43	15,69	15,97	14,94	21,10	18,88	16,79	15,87	14,78	17,61	16,66	16,24	15,92	14,86
	Différence	2,19	2,09	0,76	0,32	-0,01	-2,00	-1,34	-0,30	0,04	0,09	-0,10	0,37	0,23	0,18	0,04
Juillet 1879.	Sol gazonné	17,22	17,46	17,45	16,97	16,56	19,07	18,64	17,57	16,91	16,37	18,15	18,05	17,52	16,94	16,47
	Sol dénudé	14,58	15,28	16,26	16,57	15,80	21,23	19,13	17,25	16,32	15,82	17,91	17,21	16,76	16,45	15,81
	Différence	2,64	2,18	1,19	0,40	0,76	-2,16	-0,49	0,32	0,59	0,55	0,24	0,84	0,76	0,49	0,66
Août 1879.	Sol gazonné	19,10	19,59	19,53	19,62	18,79	21,22	20,74	19,99	19,45	19,18	20,16	20,17	19,76	19,54	18,99
	Sol dénudé	16,87	17,66	19,05	18,95	18,27	22,90	21,50	19,84	19,23	18,31	18,89	19,58	19,45	19,09	18,29
	Différence	2,23	1,93	0,48	0,67	0,52	-1,68	-0,76	0,15	0,22	0,87	1,27	0,59	0,31	0,45	0,70
Septembre 1879.	Sol gazonné	15,97	17,00	17,08	16,91	17,35	17,19	17,06	16,91	16,92	17,62	16,58	17,03	17,00	16,92	17,40
	Sol dénudé	12,83	14,16	15,20	15,81	15,78	18,43	16,97	15,76	15,43	16,13	15,63	15,57	15,48	15,64	15,96
	Différence	3,14	2,84	1,88	1,07	1,57	-1,24	0,09	1,15	1,49	1,49	0,95	1,46	1,52	1,28	1,53
Octobre 1879.	Sol gazonné	11,16	11,68	12,22	12,54	13,12	11,66	11,78	12,08	12,43	13,29	11,41	11,73	12,15	12,49	13,21
	Sol dénudé	8,34	9,05	10,00	10,49	11,29	11,56	10,88	10,24	10,38	11,46	9,95	9,97	10,12	10,44	11,38
	Différence	2,82	2,63	2,22	2,05	1,83	0,10	0,90	1,84	2,05	1,83	1,46	1,76	2,03	2,05	1,83
Novembre 1879.	Sol gazonné	5,20	5,74	6,58	7,06	8,02	5,55	5,92	6,79	7,07	8,32	5,38	5,83	6,69	7,07	8,17
	Sol dénudé	2,68	3,30	4,10	4,81	6,61	4,02	4,07	4,34	4,79	6,56	3,35	3,69	4,22	4,80	6,59
	Différence	2,52	2,44	2,48	2,25	1,41	1,53	1,85	2,45	2,28	1,76	2,03	2,14	2,47	2,27	1,58
Année moyenne.	Sol gazonné	9,51	9,92	10,17	10,17	10,32	10,75	10,41	10,17	10,24	10,59	10,13	10,16	10,17	10,20	10,45
	Sol dénudé	7,71	8,28	9,10	9,32	9,60	11,53	10,32	9,61	9,28	9,71	9,62	9,30	9,36	9,30	9,65
	Différence	1,80	1,64	1,07	0,85	0,72	-0,78	0,09	0,56	0,96	0,88	0,51	0,86	0,81	0,90	0,80

observations à $0^m,05$ sous le sol gazonné, indiquant en moyenne une température un peu plus élevée de $0^o,3$ que la moyenne de l'air. On a, en effet :

Années.	Température moyenne annuelle dans l'air. Thermo-métrographe.	Max. Négretti. Min. Rutherfort.	Température moyenne annuelle sous le sol gazonné à $0^m,05$ de profondeur.	Différence entre la température du sol gazonné et la moyenne donnée par le thermométrographe.
	o	o	o	o
1872.........	11,35	11,10	11,62	0,27
1873.........	11,33	11,36	11,87	0,54
1874.........	11,44	11,44	11,52	0,08
1875.........	11,00	11,03	11,09	0,09
1876.........	11,03	10,96	11,33	0,30
1877.........	11,67	11,60	12,04	0,37
1878.........	11,45	11,35	11,78	0,33
1879.........	9,95	9,95	10,13	0,18
Moyenne...	11,15	11,10	11,42	0,27

» On voit qu'à $0^m,05$ de profondeur, sous le sol gazonné, la température, en moyenne annuelle, a été supérieure de $0^o,27$ à celle de la température moyenne au nord, déduite des maxima et des minima.

» Les basses températures observées pendant l'hiver exceptionnel qui a commencé à la fin de novembre 1879 et qui a duré pendant les mois de décembre 1879 et janvier 1880 ne peuvent influer que sur les résultats qui seront publiés l'année prochaine, en même temps que les observations de 1880; on n'a donc pas à en parler ici. Nous avons déjà eu l'occasion de présenter quelques observations relatives à l'influence de la neige sur la température du sol pendant cette longue période de froid [1]; nous pensons compléter prochainement les remarques que nous avons faites à cet égard; on peut seulement ici faire observer qu'en 1879, comme antérieurement, sous le sol gazonné, la température n'est pas descendue au-dessous de 0°, même à $0^m,05$ de profondeur, et que le gazon oppose un obstacle à la pénétration de la gelée en terre. »

---

[1] *Comptes rendus*, t. LXXXIX, n° 24, p. 1011.

GÉOGRAPHIE. — *État actuel de la question du canal interocéanique.* Extraits de Lettres de M. de Lesseps à M. Larrey.

« Panama, 9 février 1880.

» La Commission technique chargée de préparer l'exécution du canal interocéanique termine ses travaux. Aussitôt que le Rapport sera signé, je vous en enverrai une copie pour l'Académie des Sciences. La publication de ce document sera un événement, car il démontrera la possibilité de réunir les deux océans par un grand canal maritime (d'eau de mer et non d'eau douce), à niveau constant et sans aucune écluse.

» Le climat de ce magnifique pays a été fort calomnié; nous vous en apporterons la preuve vivante.

» Nous devons partir dans trois ou quatre jours pour New-York, d'où je vous enverrai cette lettre, si, d'ici là, nous n'avons pas de courrier direct pour l'Angleterre ou pour la France.

» La population de la province de Panama, blanche, grise, jaune, verte et noire est excellente, et j'ai la certitude que sur un nombre de deux cent cinquante mille âmes nous trouverons, dans un rayon non éloigné de nos travaux, la plus grande et la meilleure partie de nos ouvriers. Les hommes que nous avons employés pour nos études depuis quarante jours, qui ont été convenablement soignés, payés et dirigés avec bienveillance, nous ont donné toute satisfaction.

» Quant aux propriétaires de la ligne du canal, noirs ou demi-blancs, c'était à qui se disputerait le plaisir de donner l'hospitalité à nos ingénieurs. Ces descendants d'Espagnols ont hérité de la noblesse et de la générosité du caractère castillan. Ce qu'il y a de curieux, c'est que, dans les moindres hameaux, même dans les cabanes d'Indiens, mêlés aux noirs, on parle un peu castillan, ce qui permet de s'entendre dans les endroits les plus sauvages avec les gens de la plus humble condition.

» Dans une visite à l'île de Topoga, au fond du golfe de Panama, habitée seulement par une population noire, j'ai été entouré par un cercle d'indigènes, au milieu desquels s'est présenté un orateur qui, je vous assure, m'a fait un très beau discours, en pur espagnol, sur les avantages du canal maritime pour le bien de son pays et pour la civilisation du monde.

» ... Vous avez pu entendre parler du tremblement de terre qui a eu lieu dans la République de San Salvador. Je me suis informé. Voici une correspondance que je viens de traduire et qui me paraît offrir de l'intérêt :

Un volcan surgi du milieu d'un lac (article de la correspondance de San Salvador, 29 janvier 1880, traduit de l'espagnol).

» Comme on le croyait, le centre des tremblements de terre qui, ces jours derniers, alarmèrent notre population, existait dans le lac d'Ilopango. Ce fait vient d'être confirmé d'une manière positive.

» Les eaux du lac ayant baissé, on vit apparaître trois pics, s'élevant plus ou moins du centre du lac; sur la cime de l'un d'eux, se trouvant à environ 28^m au-dessus de la superficie de l'eau, s'échappaient des flammes aussi hautes que celles du volcan Izaleo et des colonnes de fumée que l'on voyait de notre ville. L'ancien volcan, qui, en disparaissant, avait laissé un beau lac, reparaît aujourd'hui dans son antique domaine.

» Les eaux ont eu d'abord une température élevée qui s'affaiblit chaque jour. Jusqu'à présent elles ont baissé de $12^m,25$. Il ne serait pas extraordinaire, d'après ce que l'on dit, que, dans la suite des temps, elles fussent absorbées et que l'imposant volcan d'Ilopango restât maître absolu de cette vallée.

» Ce notable événement géologique, loin d'être une menace pour notre population, lui sera probablement favorable, car il créera une nouvelle soupape, qui donnera une facile sortie aux gaz de l'intérieur de la terre. La preuve en est que les mouvements souterrains ont cessé presque complètement et, s'il y en avait encore, ou si le cratère du volcan s'élevait davantage, les tremblements n'auraient pas la gravité d'une commotion produite par la rupture de la croûte solide de la terre.

» Beaucoup de personnes ont été visiter le lieu où s'est produit le phénomène; mais, parmi les curieux qui se sont approchés en bateau, plusieurs ont couru des dangers, ce qui a obligé l'autorité à prendre des mesures pour empêcher les imprudences. »

« New-York, 1er mars 1880.

» Je vous ai envoyé, sous bande, des journaux de New-York, donnant des détails sur notre séjour dans cette grande ville, où l'accueil qui nous est fait n'est pas moins considérable que celui de Panama.

» Je m'empresse de vous expédier aujourd'hui, pour notre Académie, le Rapport de la Commission d'ingénieurs et la Circulaire qui l'accompagnait. »

NOMINATIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la formation d'une liste de deux candidats à présenter à M. le Ministre de l'Instruction publique, pour une place d'Astronome titulaire actuellement vacante à l'Observatoire de Paris.

Au premier tour de scrutin, destiné à la désignation du premier candidat, le nombre des votants étant 48,

M. Périgaud obtient . . . . 41 suffrages.
M. Leveau » . . . . 4 »
M. Perrotin » . . . . 2 »

Il y a un bulletin nul.

Au second tour de scrutin, destiné à la désignation du second candidat, le nombre des votants étant 51,

M. Perrotin obtient . . . . 41 suffrages.
M. Leveau » . . . . 10 »

En conséquence, la liste présentée par l'Académie à M. le Ministre comprendra :

En première ligne . . . . M. **Périgaud.**
En seconde ligne . . . . M. **Perrotin.**

MÉMOIRES LUS.

PHYSIQUE. — *Sur un appareil microphonique recueillant la parole à distance.* Note de MM. P. **Bert** et **d'Arsonval.**

(Commissaires : MM. Fizeau, Becquerel, Jamin, Marey, Cornu.)

« Au cours de recherches sur la surdité, nous nous sommes proposé de construire un micro-téléphone qui résolût le double problème suivant : d'une part, renforcer les vibrations sonores de la parole, que le téléphone ne peut qu'affaiblir en les transmettant ; d'autre part, recueillir ces vibrations à une distance de plusieurs mètres de la personne qui parle.

» On sait, en effet, que l'emploi des téléphones pour la transmission de la parole exige que la bouche soit placée au voisinage immédiat de l'instrument. On a fréquemment essayé de remédier à ce grave inconvénient par l'adjonction au téléphone de microphones de divers systèmes; mais pour des raisons multiples, tenant particulièrement au défaut de réglage des instruments, à la transmission exagérée des bruits solidiens, à la faible impression des vibrations aériennes, on n'est arrivé à aucun résultat pratique satisfaisant : d'où il suit qu'on ne peut, dans l'état actuel

des choses, transmettre par une ligne télégraphique un discours prononcé à une certaine distance d'un récepteur micro-téléphonique.

» Dans les recherches que nous poursuivons en commun, nous sommes arrivés à un résultat qui nous semble mériter d'attirer l'attention de l'Académie. Il est dû aux modifications profondes que nous avons fait subir aux microphones actuellement connus.

» Ces modifications portent : en premier lieu, sur la nature de l'écran qui doit recevoir les vibrations aériennes et les transformer en ébranlements moléculaires; en second lieu, et principalement, sur le moyen de régler le contact des charbons qui constituent le microphone.

» La matière qui, pour la construction de la plaque réceptrice, nous a donné les meilleurs résultats, est le caoutchouc durci. Nous l'employons en plaques d'étendue variable; l'épaisseur augmente ou diminue avec la surface, mais elle n'est jamais moindre de $0^{m},001$, sous peine de voir reparaître les sons nasillards, si désagréables dans ces sortes d'instruments.

» A travers cette membrane passe le charbon fixe, soutenu par une bague métallique. Le second charbon, dont les variations de pression dans son contact avec le premier devront déterminer les variations du courant, est réglé d'une manière toute nouvelle, à laquelle est dû pour la plus grande part le bon résultat de notre instrument. Ce charbon est porté par une tige de fer qui peut pivoter autour d'un axe sur lequel elle est parfaitement équilibrée, en telle sorte que la pesanteur n'a plus nulle action sur elle. La mobilité de cette tige de fer est réglée par un aimant qui l'attire suivant son axe et qu'on peut en éloigner ou rapprocher à volonté. Lorsque l'aimant est très éloigné, la tige peut tourner indifféremment autour de son pivot. Lorsqu'il est presque au contact, l'aiguille est fortement dirigée et ne peut avoir que des vibrations d'une très faible amplitude et d'une grande rapidité : c'est ce qui est nécessaire pour qu'elle puisse accompagner le charbon monté sur la membrane vibrante, sans jamais l'abandonner, et par conséquent sans créer d'interruptions. Les déplacements de l'aimant, très faciles à obtenir avec une grande précision, constituent un mode de réglage à la fois très délicat et très fixe, et qui pourra être employé dans beaucoup d'autres circonstances; il est bien supérieur à celui qu'on obtient avec des ressorts quelconques, dont le poids et l'inertie présentent toujours de graves inconvénients, surtout lorsqu'il s'agit de phénomènes moléculaires.

» Tel est notre microphone. Les variations de courant qu'il a engen-

drées actionnent, soit directement, soit par l'intermédiaire d'une bobine d'induction, un téléphone récepteur.

» Grâce à cet appareil, les bruits stridents connus sous le nom de *crachements* disparaissent en même temps que les ruptures de courant qui leur donnent naissance dans le microphone ordinaire. Le timbre de la voix transmise ne subit qu'une très légère altération, due probablement au téléphone récepteur.

» On peut, en parlant à voix très basse, mais au voisinage même du microphone, transmettre la parole avec une netteté vraiment très remarquable.

» A haute voix, on peut se placer juqu'à 4^m ou 5^m de l'appareil, dont la sensibilisation à l'aide de l'aimant est très aisément proportionnée à la distance.

» Cette première partie de notre étude achevée, la parole ainsi recueillie à distance, nous cherchons maintenant à en augmenter l'intensité au téléphone récepteur, et c'est alors que l'application au soulagement de la surdité pourra être tentée utilement. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

MÉCANIQUE. — *Règles pratiques pour l'établissement des transmissions télodynamiques*. Note de M. **H. Léauté**, présentée par M. Rolland.

(Commissaires : MM. Rolland, Phillips, Resal.)

« Les formules que nous avons données dans une précédente Communication [1], relative à la régularité du mouvement dans une transmission télodynamique, montrent que le bon fonctionnement d'une semblable transmission dépend surtout de la flèche moyenne des brins du câble.

» La discussion de l'expression admise pour le coefficient de régularité conduit, en particulier, à cette loi que, toutes choses égales d'ailleurs, la flèche relative au repos, c'est-à-dire le rapport de la flèche au repos f_0 à la portée $2l$, doit être prise d'autant plus grande que la distance des poulies extrêmes est plus petite et varier sensiblement en raison inverse de la racine carrée de cette distance.

» Cela posé, nous ferons la remarque qui suit :

---

[1] *Comptes rendus*, 8 mars 1880.

» Pour assurer une marche satisfaisante à une transmission télodynamique, il ne suffit pas que le câble soit susceptible de résister aux tensions qui se produiraient à l'état statique, seul calcul que l'on fasse actuellement : il faut encore qu'il puisse lui-même assurer l'uniformité du mouvement. En d'autres termes, il est indispensable de considérer à la fois les conditions relatives à la résistance du câble et celles qui se rapportent à la régularité du mouvement. C'est ce que l'on n'a pas fait jusqu'ici, car dans les formules pratiques que l'on emploie la régularité ne joue aucun rôle. Il est donc nécessaire de reprendre la question en tenant compte des deux éléments qu'elle comporte, et, puisque, d'après ce que nous venons de voir, la régularité est intimement liée à la flèche relative $\frac{f_0}{2l}$, la première chose à faire est de déterminer la valeur à admettre, dans chaque cas, pour cette quantité.

» Or la flèche relative, qui peut atteindre le chiffre de $\frac{1}{15}$ ou $\frac{1}{20}$ pour les petites distances de 20^m à 30^m, ne doit pas, à moins de circonstances particulières, descendre au-dessous de $\frac{1}{40}$. Il résulte, en effet, d'expériences nombreuses faites à la poudrerie du Pont-de-Buis par M. Bérard, ingénieur des Poudres et Salpêtres, qu'avec des câbles plus tendus les variations accidentelles de longueur dues aux changements de température et d'humidité produisent des modifications trop considérables dans les flèches et qu'il peut en résulter des efforts dangereux dans le mécanisme.

» Nous ajouterons que ces variations dans les flèches modifient en même temps le coefficient de régularité et changent, par cela même, les conditions de fonctionnement de la transmission.

» Quoi qu'il en soit, la flèche relative sera tout d'abord fixée, d'après ce que nous venons de dire ; nous la désignerons par m. Nous représenterons par f_1 et f_2 les flèches du brin conducteur et du brin conduit, et par k leur rapport, qui doit être au plus égal à 2 pour que le glissement ne soit pas à craindre.

» Nous aurons alors

$$f_2 = kf_1,$$

et, par suite de l'inextensibilité du câble,

$$f_1^2 + f_2^2 = 2f_0^2,$$

d'où l'on déduit

$$f_1 = 2ml\sqrt{\frac{2}{1+k^2}}, \quad f_2 = 2mlk\sqrt{\frac{2}{1+k^2}}.$$

» Quant aux tensions des deux brins, elles sont fournies par les relations

$$\mu \mathfrak{T}_1 = \frac{pl^2}{2f_1} = \frac{pl}{4m}\sqrt{\frac{1+k^2}{2}}, \quad \mu \mathfrak{T}_2 = \frac{pl^2}{2f_2} = \frac{pl}{4m}\frac{1}{k}\sqrt{\frac{1+k^2}{2}},$$

où p est le poids du câble par mètre courant et μ la masse de l'unité de longueur.

» Si, maintenant, on représente par N le nombre de chevaux à transmettre, V étant la vitesse du câble, il vient évidemment

$$\frac{75\mathrm{N}}{\mathrm{V}} = \mu(\mathfrak{T}_1 - \mathfrak{T}_2) = \frac{pl}{4m}\sqrt{\frac{1+k^2}{2}}\left(1 - \frac{1}{k}\right),$$

d'où, pour le poids du câble par mètre courant, exprimé en kilogrammes, V et l étant en mètres,

$$p = \frac{300\, m\mathrm{N}}{\mathrm{V}l\left(1 - \frac{1}{k}\right)\sqrt{\frac{1+k^2}{2}}}.$$

» La section en fer, en millimètres carrés, sera alors, en admettant pour densité moyenne du câble, rapportée à cette section, le chiffre de $\frac{1000}{114}$,

$$\mathrm{S} = 114p = \frac{34200\, m\mathrm{N}}{\mathrm{V}l}\,\frac{k}{k-1}\sqrt{\frac{2}{1+k^2}}.$$

» Nous pouvons déduire de là la tension utile $\mathfrak{s}_1$, rapportée au millimètre carré, dans le brin conducteur. On a, en effet,

$$\mathfrak{s}_1 = \frac{\mu(\mathfrak{T}_1 + \mathrm{V}^2)}{\mathrm{S}} = \frac{l}{456\, m}\sqrt{\frac{1+k^2}{2}} + \frac{\mathrm{V}^2}{114\, g}.$$

» Quant à la tension d'incurvation, elle a pour expression, comme on sait,

$$\sigma = \frac{20000\,\delta}{\mathrm{D}},$$

δ étant le diamètre des fils qui forment le câble et D celui de la poulie à gorge, tous deux exprimés en millimètres.

» Si nous admettons maintenant que la tension totale maxima par millimètre carré doive être égale à 15^{kg}, nous avons l'équation

$$\frac{20000\,\delta}{\mathrm{D}} = 15 - \mathfrak{s}_1,$$

qui fournit δ en fonction de D.

» Le diamètre des fils une fois obtenu, on aura leur nombre i par la relation

$$i = \frac{S}{\left(\frac{\pi\delta^2}{4}\right)} = 145\frac{p}{\delta^2},$$

ce qui achève de déterminer le câble à employer. »

ÉLECTRODYNAMIQUE. — *Sur le rendement économique des moteurs électriques et sur la mesure de la quantité d'énergie qui traverse un circuit électrique.* Note de M. **Marcel Deprez.**

(Renvoi à la Section de Mécanique, à laquelle MM. Fizeau et Cornu sont priés de s'adjoindre).

« Quand, sur le circuit d'une pile, on intercale un moteur, l'intensité du courant est différente, suivant que le moteur est en repos ou tourne en développant un certain travail. Soient I l'intensité du courant quand le moteur est immobile, et i son intensité quand le moteur travaille. Après avoir mesuré ces deux valeurs, arrêtons le moteur et introduisons dans le circuit une résistance telle, que l'intensité du courant soit ramenée de I à i. Dans ces conditions, la production d'énergie par la pile est évidemment la même que lorsque le moteur travaillait, puisque la force électromotrice de la pile et l'intensité du courant sont restées les mêmes. D'autre part, la consommation d'énergie n'a évidemment pas varié dans la partie du circuit étrangère au moteur et à la résistance additionnelle. Nous sommes donc en droit d'affirmer que, comme consommation d'énergie, le moteur en travail d'une part, et le moteur en repos et la résistance additionnelle d'autre part, se remplacent identiquement.

» Or, la quantité d'énergie absorbée dans une simple résistance et convertie en chaleur, pendant l'unité de temps, a pour expression le produit de la résistance par le carré de l'intensité du courant.

» En représentant par r_1 la résistance du moteur en repos, par r_2 la résistance additionnelle qui est nécessaire pour ramener le courant à l'intensité i, et par Q la quantité de chaleur qui traverse l'ensemble de ces deux résistances, on a

$$Q = (r_1 + r_2)i^2.$$

» D'après ce qui précède, c'est cette même quantité d'énergie qui traverse

le moteur en mouvement, tant sous forme de chaleur que sous forme de travail. Désignons ce dernier par T; on a

$$T + r_1 i^2 = (r_1 + r_2) i^2 \quad \text{ou} \quad T = r_2 i^2.$$

En comparant cette portion d'énergie convertie en travail utile à la quantité totale qu'absorbe le moteur, on a l'expression du rendement

$$\frac{T}{Q} = \frac{r_2}{r_1 + r_2}.$$

» Cette expression très simple peut être remplacée par une autre, qui a une grande importance dans le cas où le courant est engendré par une machine dynamo-électrique. Désignons par E_1 la force électromotrice de la machine génératrice, par E la force électromotrice inverse de la machine réceptrice, qui, par sa rotation même, tend à engendrer un courant de sens contraire à celui de la machine génératrice. Le courant qui circule dans l'ensemble du circuit et des deux machines est dû à la différence $E_1 - E$; son intensité a pour expression, en désignant par R la résistance *statique* (¹) des deux machines et du circuit extérieur,

$$I = \frac{E_1 - E}{R}.$$

» Cherchons maintenant la valeur de la résistance r_2 qu'il faudrait ajouter au circuit pour que le courant qui le traverse, quand on s'oppose à la rotation de la machine réceptrice, ait encore l'intensité I; cette résistance r_2 sera donnée par l'équation

$$\frac{E_1 - E}{R} = \frac{E_1}{R + r_2},$$

d'où

$$r_2 = \frac{E_1 R}{E_1 - E}.$$

La valeur du rendement économique absolu de la machine réceptrice sera égale, d'après le théorème précédent, à $\frac{r_2}{r_1 + r_2}$, dans laquelle r_1 devra être remplacé par la *résistance totale* R de tout le circuit. Ce rendement, qui n'est autre que le rapport du travail transmis au travail dépensé, devient alors, en remplaçant r_2 par sa valeur,

$$\frac{E}{E_1},$$

(¹) Je désigne ainsi la résistance des machines à l'état de repos.

expression remarquable, qui est indépendante de la résistance du circuit extérieur ([1]). Ce fait peut sembler extraordinaire au premier abord, et même contradictoire à certaines expériences, dans lesquelles on ne s'est peut-être pas préoccupé suffisamment de réaliser les conditions du maximum de rendement. Pour le rendre moins paradoxal, il suffit de rappeler que, lorsqu'un courant est employé à produire de l'énergie sous une autre forme que le travail mécanique, par exemple, la décomposition de l'eau dans un voltamètre, le nombre d'équivalents d'eau décomposés est toujours égal au nombre d'équivalents de zinc dissous dans chacun des éléments de la pile, quelle que soit la longueur du circuit extérieur qui, d'ailleurs, n'a plus d'influence sur le nombre des éléments nécessaires pour opérer cette décomposition. Il y a donc là un fait expérimental bien constaté, dans lequel le rendement économique n'est pas influencé par le circuit extérieur.

» Je passe maintenant à la description de l'appareil permettant de mesurer la quantité d'énergie qui passe pendant l'unité de temps dans un circuit électrique compris entre deux points A et B.

» Joignons ces deux points par un circuit auxiliaire d'une grande résistance, dans lequel nous intercalerons un rhéomètre à fil fin et long, tandis que dans le circuit principal nous plaçons un rhéomètre à gros fil. Cela posé, cherchons l'expression de la quantité d'énergie qui passe dans le circuit principal, en fonction des intensités de ces deux courants, mesurées par les déviations des aiguilles des rhéomètres ([2]).

» Désignons par I et R l'intensité et la résistance du circuit principal, par I' et R' les quantités correspondantes dans le circuit auxiliaire. Soit E la différence des potentiels en A et en B. La quantité d'énergie qui passe dans le circuit principal est exprimée par RI^2 ou EI, tandis que l'intensité du courant dans le circuit auxiliaire a pour valeur

$$\frac{E}{R_1} = I',$$

d'où

$$E = R'I',$$

et par suite

$$EI = R'II'.$$

([1]) Cette expression du rendement a déjà été donnée par M. Cabanellas.

([2]) Je donnerai, dans une prochaine Communication, la description d'un nouveau rhéomètre à indications rapides, dans lequel les déviations de l'aiguille sont proportionnelles aux intensités.

La quantité d'énergie est donc proportionnelle au produit des intensités des deux courants, ou au produit des déviations des aiguilles.

» On peut réaliser un instrument indiquant à chaque instant la valeur de ce produit. »

M. P. Prosoroff soumet au jugement de l'Académie un Mémoire sur la résolution des équations numériques par la méthode de Newton.

(Commissaires : MM. Bonnet, Puiseux, Bouquet.)

CORRESPONDANCE.

M. Bochefontaine, M. F. Bonnange, M. H. Filhol adressent des remercîments à l'Académie pour les distinctions dont leurs travaux ont été l'objet dans la dernière séance publique.

M. le Consul de France au Cap de Bonne-Espérance transmet à l'Académie les observations de la nouvelle comète, visible à la ville du Cap, faites par M. *David Gille*.

ASTRONOMIE. — *Lois concernant la distribution des astres du système solaire.* Note de M. L. Gaussin.

« Dans une Communication précédente ([1]), j'ai défini les progressions suivant lesquelles se trouvent placés les différents astres du système solaire. Si l'on voulait que le premier astre secondaire de chaque système occupât le premier rang de la progression, il suffirait de changer l'unité qui sert à évaluer les demi-grands axes en la faisant égale à la distance théorique de ce premier astre. Mais, bien que le plus souvent les premières places soient inoccupées, il vaut mieux conserver pour unité le rayon de l'astre central. Si les masses des astres d'un même système étaient égales entre elles ou obéissaient à une loi quelconque de succession, on ne s'expliquerait pas qu'il pût y avoir ainsi des places vacantes. Mais c'est tout le contraire qu'on observe : la masse de Mercure est égale à moins de $\frac{1}{4000}$ de celle de Jupiter; celle des planètes télescopiques prises ensemble est encore plus petite.

([1]) *Comptes rendus*, t. XC, p. 518.

En outre, les masses des planètes ne présentent aucune apparence de régularité dans leur succession. On ne doit donc considérer comme réelle que la loi de la progression qui fixe les places qui peuvent être occupées sans qu'il paraisse nécessaire qu'elles le soient, même par un astre de la dimension d'un aérolithe. D'ailleurs, le lien qui rattache les unes aux autres les progressions des différents systèmes vient donner une probabilité de plus à l'hypothèse qu'elles ont été déterminées par une même cause théorique.

» 2° *Dans chaque système, un astre secondaire dont l'orbite aurait pour demi-grand axe le rayon de l'astre central du système multiplié par la raison de la progression élevée à la puissance* $\frac{2}{3}$ *effectuerait sa révolution dans un même temps.*

» Indépendamment des autres causes de perturbation, cette loi, comme la loi des progressions, obtenue directement de l'observation, ne doit être théoriquement vraie que si l'on peut négliger les masses des planètes ou celles des satellites par rapport à la masse du Soleil ou à celles des planètes. Le rapport $\frac{T^2}{a^3}$, a étant exprimé en rayons de l'astre central, représente le carré de la durée de la révolution d'un astéroïde placé à la distance 1. Cette durée, que je désignerai par T_r, varie dans chaque système; mais, si on la multiplie par la raison de la progression, on obtient un nombre constant.

$$T_r \times k = \text{const.} \qquad (2)$$

Systèmes.	Soleil.	Mars.	Jupiter.	Saturne.	Uranus.
T_r.......	$2^h,7913$	$1^h,7987$	$2^h,8724$	$3^h,6892$	$3^h,1839$
$T_r \times k$...	$4^h48^m,5$	$4^h38^m,9$	$4^h43^m,1$	$4^h38^m,4$	$4^h40^m,6$

La moyenne est $4^h41^m,9$.

» Il est facile de voir que le produit $T_r \times k$ représente le temps que, dans chaque système, un astéroïde mettrait à faire sa révolution à la distance $rk^{\frac{2}{3}}$.

» Cette loi étant admise, nous pouvons supposer qu'elle s'appliquerait également aux planètes qui, comme la Terre et Neptune, n'ont qu'un satellite. Or, puisqu'on peut calculer la durée de la révolution à la distance r, nous pouvons en conclure la valeur qu'aurait eue la raison si ces planètes avaient eu plusieurs satellites. On voit ainsi que k est égal à 3,4 pour la Terre (sans faire, bien entendu, la correction résultant de la masse de la Lune) et à 1,6 pour Neptune. Nous pouvons en outre déterminer le rang que la Lune et le satellite de Neptune occuperaient dans chaque série. Ce

rang est le troisième pour notre satellite et le cinquième pour celui de Neptune. En ce qui concerne cette dernière planète, il n'est pas déraisonnable de penser que peut-être on lui découvrira d'autres satellites. D'après la relation qui vient d'être établie, on peut présumer que les plus voisins de celui qui est connu aujourd'hui seraient placés aux distances suivantes :

Positions.	3ᵉ	4ᵉ	sat. connu.	6ᵉ	7ᵉ
Distances	5,3	8,3	13,06	20,5	32,3

» 3° *Le rapport* $\frac{T^2}{a^3}$, *a étant exprimé en rayons de l'astre central, est en raison inverse de la densité de cet astre.*

$$(3) \qquad T_r^2 \times D = \text{const.}$$

» Prenons la formule connue qui sert à calculer les masses des planètes pourvues de satellites et dans laquelle nous négligerons les masses des astres secondaires. Exprimons les demi-grands axes en rayons de l'astre central du système dont ils font partie, et substituons aux masses le produit de la densité par le volume $\frac{4}{3}\pi r^3$; on obtient immédiatement la relation que je viens d'énoncer. Cette relation, combinée avec la deuxième loi (2), permet d'établir la formule suivante :

$$(4) \qquad \frac{D}{k^2} = \text{const.}$$

» 4° *Le carré de la raison de la progression selon laquelle les astres secondaires sont placés est proportionnel à la densité de l'astre central du système.*

» On peut encore exprimer cette loi sous une autre forme qui montre mieux le lien qui la rattache à la deuxième. En effet, $\frac{D}{k^2}$ représente la densité qu'aurait l'astre central si sa masse se répandait de manière à occuper la sphère dont le rayon est $rk^{\frac{2}{3}}$. On voit que cette densité serait la même dans les différents systèmes. Si la loi de progression s'appliquait encore dans ce cas, la raison étant alors égale à l'unité, il s'ensuivrait que tous les astres secondaires devraient être réunis à l'astre principal. Mais il n'est pas à supposer que, dans leur condensation, les astres aient passé par un pareil état, car leur densité moyenne aurait dû être à ce moment égale à 0,47 environ, c'est-à-dire inférieure à la moitié de celle de l'eau, et l'on a peine à concevoir un corps liquide ayant une densité aussi faible. Dans le changement d'état des corps, nous voyons que de l'état liquide à l'état solide la

densité varie peu. Mais il n'en est pas de même quand un corps gazeux se liquéfie ; le changement de densité est alors brusque et considérable. Peut-être faut-il admettre que c'est lorsque ce changement s'est produit que les différents corps du système solaire ont été distribués dans l'espace sans qu'il soit nécessaire d'admettre qu'ils ont dû passer par la densité pour laquelle la raison de la progression est égale à l'unité. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les systèmes formés d'équations linéaires à une seule variable indépendante*. Note de M. G. DARBOUX.

« Dans une Communication précédente, j'ai montré que si le système d'équations linéaires

$$(1)\quad \begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} = a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ \dfrac{dx_n}{dt} = a_{n1}x_1 + \ldots + a_{nn}x_n \end{cases}$$

admet une intégrale homogène d'ordre supérieur à l'unité, tous les covariants de cette intégrale, multipliés chacun par une fonction convenable de t, donneront également des intégrales du même système. Je me propose aujourd'hui d'étendre cette proposition aux contrevariants et aux formes mixtes, et pour cela j'adjoindrai au système précédent le suivant,

$$(2)\quad \begin{cases} \dfrac{du_1}{dt} = -a_{11}u_1 - \ldots - a_{n1}u_n, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ \dfrac{du_n}{dt} = -a_{1n}u_1 - \ldots - a_{nn}u_n, \end{cases}$$

qui contient n fonctions nouvelles $u_1, \ldots, u_n$ et que l'on peut appeler système réciproque du premier.

» Je démontrerai d'abord que l'intégration de l'un quelconque des systèmes précédents entraîne celle de l'autre. Soient en effet $x_1, \ldots, x_n$ n fonctions quelconques satisfaisant au système (1) et $u_1, \ldots, u_n$ n fonctions satisfaisant au système (2); on vérifiera sans difficulté que l'on a

$$\frac{d}{dt}(u_1x_1 + \ldots + u_nx_n) = 0,$$

et par conséquent

$$u_1x_1 + \ldots + u_nx_n = \text{const.}$$

» D'après cela, si l'on a intégré complètement le système (1), soient

$$\begin{matrix} x_1^1, & \ldots, & x_n^1, \\ \ldots, & \ldots, & \ldots, \\ x_1^n, & \ldots, & x_n^n \end{matrix}$$

n systèmes particuliers linéairement indépendants, satisfaisant à ce premier système.

» Désignons par $u_1, \ldots, u_n$ les fonctions les plus générales satisfaisant au second ; on aura, en vertu de la remarque précédente,

$$\begin{gathered} x_1^1 u_1 + \ldots + x_n^1 u_n = C_1, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_1^n u_1 + \ldots + x_n^n u_n = C_n, \end{gathered}$$

et, par conséquent, le système (2) sera complètement intégré.

» Il résulte de ce qui précède que, si l'on veut intégrer le système (1), on n'accroîtra pas la difficulté de ce problème en adjoignant le système (2) et en considérant le système des $2n$ équations linéaires formé par leur réunion. Or ce système a une forme très remarquable, et si l'on pose

$$H = \Sigma\Sigma a_{ik} u_i x_k,$$

il peut être écrit sous la forme simple,

$$(3) \qquad \frac{dx_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial u_i}, \quad \frac{du_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial x_i}.$$

» C'est donc un système *canonique*, et l'on peut employer dans son intégration toutes les belles propositions que l'on connaît au sujet de ces systèmes. Par exemple, si l'on connaît deux intégrales, l'application du théorème de Poisson en fera connaître une nouvelle. Mais la proposition suivante, simple extension de celle que j'ai fait connaître dans la dernière séance, rend inutile l'application de ce théorème; et, parmi toutes les intégrales nouvelles qu'elle peut fournir, se trouvent toujours celles auxquelles conduirait l'application du théorème de Poisson.

» Considérons différentes intégrales

$$\begin{gathered} f_1(x_1, \ldots, x_n, \mid u_1, \ldots, u_n) = C_1, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ f_p(x_1, \ldots, x_n, \mid u_1, \ldots, u_n) = C_p, \end{gathered}$$

homogènes à la fois par rapport aux variables x_i et par rapport aux va-

riables u_i. Je dis que *toute forme invariante de ce système d'intégrales, multipliée par une fonction connue de t, sera encore une intégrale du système* (3).

» Soient en effet

$$(4)\quad \begin{cases} x_1 = C_1 x_1^1 + \ldots + C_n x_1^n, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ x_n = C_1 x_n^1 + \ldots + C_n x_n^n \end{cases}$$

les valeurs les plus générales satisfaisant au système (1). Alors les intégrales du système (2) seront

$$(5)\quad \begin{cases} x_1^1 u_1 + \ldots + x_n^1 u_n = \gamma_1, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ x_1^n u_1 + \ldots + x_n^n u_n = \gamma_n. \end{cases}$$

Ce double système de formules conduit à l'identité

$$x_1 u_1 + \ldots + x_n u_n = C_1 \gamma_1 + \ldots + C_n \gamma_n.$$

» Cela posé, si dans les formes f_i on remplace $x_1, \ldots, u_1, \ldots$ par leurs valeurs tirées des formules (4) et (5), elles doivent se transformer dans des fonctions

$$\varphi_i(C_1, \ldots, C_n, \mid \gamma_1, \ldots, \gamma_n),$$

indépendantes de t.

» Or les formules (4) et (5) peuvent être considérées comme définissant une substitution linéaire substituant les variables C_i, γ_i aux variables x_i, u_i respectivement. Il suit de là que toute forme invariante du système des intégrales f se réduira, quand on la multipliera par une puissance convenable du déterminant de la substitution (4), à la forme analogue formée avec les fonctions φ_i, c'est-à-dire à une fonction des constantes C_i, γ_k. Or une telle fonction est encore une intégrale. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la réduction des substitutions linéaires.* Note de M. C. **Jordan**.

« Deux substitutions linéaires S et S', à n variables et à coefficients réels ou complexes de la forme $a + bi$, peuvent être considérées comme *équivalentes* et appartenant à la même *classe* si l'on a une relation de la forme

$$S' = ESE',$$

E et E' étant des substitutions à coefficients entiers (réels ou complexes) et de déterminant 1.

» Cette définition posée, on peut établir le théorème suivant :

» Théorème. — *Une substitution* S *de déterminant* D *est toujours équivalente à une substitution réduite dont tous les coefficients ont leurs normes inférieures à* $k_n\sqrt[n]{\Delta}$, Δ *désignant la norme de* D, *et* k_n *une constante qui ne dépend que de* n.

» Soit

$$S = \begin{vmatrix} a & b & c \\ a' & b' & c' \\ a'' & b'' & c'' \end{vmatrix}$$

la substitution donnée.

» Deux cas seront à distinguer suivant que les coefficients $a, b, \ldots, c''$ sont ou non commensurables entre eux.

» 1° Dans le premier cas, on voit immédiatement que la démonstration se ramène au cas où les coefficients $a, b, \ldots, c''$ sont entiers.

» On voit ensuite qu'en multipliant S, soit en avant, soit en arrière, par une série de substitutions analogues à la suivante,

$$(1) \qquad \begin{vmatrix} 1 & \lambda & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (\lambda \text{ entier}),$$

on peut en déduire une substitution équivalente, de la forme

$$(2) \qquad \begin{vmatrix} p & 0 & 0 \\ 0 & pq & 0 \\ 0 & 0 & pqr \end{vmatrix} \quad (p, q, r \text{ entiers}),$$

puis une autre, de la forme

$$(3) \qquad \begin{vmatrix} p & 0 & \lambda p \\ 0 & pq & 0 \\ p & 0 & pqr+\lambda p \end{vmatrix},$$

dans laquelle on pourra choisir l'entier λ de telle sorte que le module du mineur $A = pq(pqr+\lambda p)$ ne diffère de $\Delta^{\frac{n-1}{2n}}$ que d'une quantité au plus égale à $\frac{1}{2}$ mod p^2q. Mais on a, d'autre part, $p.pq.pqr = D$, d'où l'on déduit

$$\text{mod.}\, p^2q \overline{\overline{<}} \Delta^{\frac{n-1}{2n}},$$

et par suite

$$\text{norme A} = \theta \Delta^{\frac{n-1}{n}},$$

θ étant compris entre $\frac{1}{4}$ et $\frac{9}{4}$.

» Cela posé, le théorème étant supposé vrai pour $n - 1$ variables, la substitution (3) pourra être réduite, par des substitutions à coefficients entiers et de déterminant 1 qui n'altèrent pas la première variable, à une substitution

$$\begin{vmatrix} p & \beta & \gamma \\ \alpha' & \beta' & \gamma' \\ \alpha'' & \beta'' & \gamma'' \end{vmatrix},$$

où les normes des coefficients β', γ', β'', γ'' seront inférieures à la limite

$$k_{n-1} \sqrt[n-1]{\text{norme A}} \lesseqgtr k_{n-1} \theta^{\frac{1}{n-1}} \sqrt[n]{\Delta}.$$

» Multipliant en arrière cette substitution par la suivante,

$$(4) \qquad \begin{vmatrix} 1 & \lambda & \mu \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix},$$

on obtiendra une nouvelle substitution de la forme

$$\begin{vmatrix} p_1 & \beta_1 & \gamma_1 \\ \alpha' & \beta' & \gamma' \\ \alpha'' & \beta'' & \gamma' \end{vmatrix},$$

où $\beta_1 = \beta + \lambda\beta' + \mu\beta''$, $\gamma_1 = \gamma + \lambda\gamma' + \mu\gamma''$, et, si l'on prend pour λ et μ les entiers les plus voisins des racines des équations $0 = \beta + x\beta' + y\beta''$, $0 = \gamma + x\gamma' + y\gamma''$, β_1, γ_1 auront leurs normes inférieures à

$$\left(\frac{n-1}{2}\right)^2 k_{n-1} \theta^{\frac{1}{n-1}} \sqrt[n]{\Delta}.$$

» Multipliant en avant cette dernière substitution par une autre substitution de la forme (4), on réduira de même les normes des coefficients α', α'' à être inférieures à cette limite. Tous les coefficients de la réduite étant ainsi limités directement, à l'exception du premier, celui-ci le sera lui-même par la condition que la substitution ait D pour déterminant.

» 2° Supposons, au contraire, que a, b, ..., c'' ne soient pas commen-

surables entre eux. Les mineurs $\frac{\partial D}{\partial a} = A$, $\frac{\partial D}{\partial b} = B$, ... n'auront pas de commune mesure. Si d'ailleurs on multiplie S en avant ou en arrière par la substitution (1), ces mineurs deviendront

$$\begin{vmatrix} A & B & C \\ A' - \lambda A & B' - \lambda B & C' - \lambda C \\ A'' & B'' & C'' \end{vmatrix}$$

ou

$$\begin{vmatrix} A - \lambda B & B & C \\ A' - \lambda B' & B' & C' \\ A'' - \lambda B'' & B'' & C'' \end{vmatrix}.$$

» Par la répétition d'opérations analogues, on obtiendra aisément une nouvelle substitution équivalente à S, et dans laquelle le premier mineur A aura pour norme une quantité aussi voisine qu'on le voudra de $\Delta^{\frac{n-1}{n}}$.

» Soit $\theta\Delta^{\frac{n-1}{n}}$ cette norme, θ différant infiniment peu de l'unité. On pourra achever la démonstration comme dans le premier cas. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'équation aux dérivées partielles du potentiel.* Note de M. E. **Picard**, présentée par M. Hermite.

« Considérons d'abord l'équation à deux termes

$$\text{(I)} \qquad \frac{d^2V}{dx^2} + \frac{d^2V}{dy^2} = 0.$$

» Une fonction V de x et de y bien déterminée et continue, ainsi que ses dérivées, pour tout système de valeurs de x et de y, et satisfaisant à cette équation, ne peut rester comprise entre deux limites fixes, à moins qu'elle ne se réduise à une constante. Ce théorème est une conséquence immédiate d'une proposition fondamentale dans la théorie des fonctions. Nous pouvons en effet associer à $V(x, y)$ une fonction $V_1(x, y)$, elle-même continue ainsi que ses dérivées pour tout système de valeurs de x et de y, et telle que l'expression

$$V(x, y) + i\,V_1(x, y)$$

soit une fonction $f(z)$ de la variable imaginaire $z = x + iy$. Or la fonc-

tion $e^{f(z)}$ sera une fonction de z dont le module restera compris entre deux limites : ce sera donc une constante, et il en sera par suite de même de la fonction V.

» Le théorème précédent peut être étendu à l'équation à trois termes

$$\text{(II)} \qquad \frac{d^2V}{dx^2} + \frac{d^2V}{dy^2} + \frac{d^2V}{dz^2} = 0,$$

mais on ne peut faire usage de considérations analogues pour la démonstration : c'est cette démonstration que je me propose d'indiquer brièvement dans cette Note.

» On sait qu'il n'existe qu'une seule intégrale de l'équation (II), restant finie et continue, ainsi que ses dérivées, à l'intérieur d'une surface fermée S et prenant des valeurs données en tous les points de cette surface. Dans le cas où la surface S se réduit à une sphère de rayon R, la valeur de cette intégrale en un point A de l'intérieur de la sphère est donnée par la formule connue

$$4\pi V = \int\int V \left[\frac{R}{a} \frac{d\left(\frac{1}{r_1}\right)}{dn} - \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dn} \right] d\sigma.$$

» L'intégrale est étendue à la surface de la sphère sur laquelle est donnée la valeur de la fonction V; a désigne la distance au centre du point A; r et r_1 représentent les distances à un point variable de la sphère du point A et du point A_1, conjugué de A par rapport à la sphère; $d\sigma$ est l'élément de surface, et enfin $\frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dn}$ et $\frac{d\left(\frac{1}{r_1}\right)}{dn}$ représentent les dérivées de $\frac{1}{r}$ et $\frac{1}{r_1}$ prises dans le sens de la normale à la sphère.

» Cela posé, soient θ et ψ les deux angles fixant la position d'un point sur la sphère; on reconnaîtra facilement que l'on peut écrire l'expression précédente de la manière suivante,

$$4\pi V = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} V \left[1 + \frac{M}{R} \right] \sin\theta \, d\theta \, d\psi,$$

M étant une fonction de R, des angles θ et ψ et des coordonnées du point A, qui reste finie quand R augmente indéfiniment. Pour un autre point A' à l'intérieur de la sphère, on aura

$$4\pi V' = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} V \left[1 + \frac{M'}{R} \right] \sin\theta \, d\theta \, d\psi,$$

et par suite

$$4\pi(V' - V) = \frac{1}{R}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} V(M' - M)\sin\theta\, d\theta\, d\psi.$$

Le premier membre de cette égalité est une quantité indépendante de R. On reconnaît aisément que le second membre est aussi petit que l'on veut si R est suffisamment grand, puisque V reste, par hypothèse, compris entre deux limites fixes. La différence $V' - V$, étant aussi petite que l'on voudra, est donc rigoureusement nulle. On a par suite $V = V'$, quels que soient les deux points A et A', c'est-à-dire que la fonction V est une constante. »

GÉODÉSIE. — *Sur un nouveau télémètre*. Note de M. **Landolt**, présentée par M. Marey.

« L'instrument que j'ai l'honneur de présenter à l'Académie est destiné soit à apprécier la distance d'un objet éloigné, soit à mesurer les dimensions d'un objet inaccessible.

» Cet instrument est fondé sur le principe de la réfraction à travers un prisme à angle variable, composé de deux prismes élémentaires de même force tournant l'un sur l'autre avec la même vitesse en sens inverses. Les deux prismes sont percés d'une ouverture centrale concentrique avec l'axe de rotation et égale à la moitié de la surface de section du faisceau de rayons lumineux qui pénètre dans l'œil. L'observateur qui regarde à travers le centre de l'instrument voit ainsi à la fois à travers l'ouverture et à travers les prismes.

» Lorsque les deux prismes sont accolés en sens inverses, leurs surfaces extérieures étant parallèles, l'observateur voit les objets simples, puisque, dans cette position, l'effet des prismes se neutralise; mais, dès qu'on fait tourner les prismes l'un sur l'autre, leurs surfaces extérieures forment un angle de plus en plus grand. La portion des rayons lumineux qui passe en dehors de l'ouverture est déviée, et l'objet observé se dédouble. En faisant tourner les prismes davantage, les deux images s'écartent de plus en plus, jusqu'à ce qu'elles aient atteint le maximum d'écartement que l'instrument permet, ce qui arrive quand les sommets des deux prismes ont la même direction.

» On comprend que, avec un objet de grandeur connue et à l'aide de la rotation des prismes nécessaire pour amener les deux images de cet

objet dans une position donnée, par exemple dans une position telle qu'elles se touchent par leurs bords opposés, on pourra déterminer la distance qui sépare l'objet de l'instrument. Pour un même objet, il faudra faire tourner les prismes d'autant moins que l'objet sera plus éloigné. La distance correspondant aux différents degrés de rotation des prismes sera donnée par une Table ou inscrite sur l'instrument même.

» Dans le cas où l'instrument doit servir à mesurer les dimensions d'un objet situé à une distance connue, on se servira d'une autre Table indiquant les dimensions cherchées, correspondant à l'angle de rotation des prismes.

» Un des grands avantages de l'instrument est que les mouvements de l'objet observé n'ont aucune influence sur la mensuration, attendu que les doubles images sont toujours solidaires l'une de l'autre.

» Un autre avantage est que, en faisant faire aux prismes une révolution totale de 360°, ils arrivent quatre fois dans la position nécessaire pour que les doubles images se touchent. Les erreurs inhérentes à la construction de l'instrument sont ainsi éliminées, parce que les mensurations dans les quatre quarts de cercle se compensent.

» L'instrument se compose d'une boîte circulaire renfermant les deux prismes. Ces prismes sont montés chacun sur un disque glissant à frottement doux, à l'intérieur de la face correspondante de la boîte. Chacun de ces disques est muni d'une couronne dentée, présentant des dents de champ et engrenant avec un pignon commun dont la tige tourne dans un collet adapté au pourtour de la boîte. En faisant tourner le bouton du pignon, on communique un mouvement de rotation inverse aux deux disques porteurs des prismes.

» L'instrument est muni d'une lunette plus ou moins forte, suivant la distance de l'objet observé. »

PHYSIQUE. — *Application du téléphone à la mesure de la torsion de l'arbre moteur des machines en mouvement.* Note de M. C. **Resio**, présentée par M. Th. du Moncel. (Extrait.)

« Le moyen que je propose pour mesurer la torsion de l'arbre moteur des machines en mouvement, et par conséquent l'effort et le travail transmis à l'arbre, peut s'appliquer à une machine quelconque.

» Sur l'arbre moteur on fixe, à la plus grande distance possible l'une de

l'autre, deux petites roues en cuivre jaune, dont le diamètre soit un peu plus grand que celui de l'arbre ([1]). Ces deux roues sont identiques et ont chacune le même nombre pair de palettes égales, équidistantes, en fer doux.

» Les deux roues sont fixées sur l'arbre moteur de manière que, lorsqu'il est en repos et par conséquent sans torsion, le plan méridien de l'arbre, divisant par moitié l'épaisseur d'une palette quelconque de l'une des roues, divise aussi de la même manière la palette correspondante de l'autre roue. Cette condition n'est cependant pas indispensable.

» Deux bobines identiques, à noyau aimanté, ayant la même force magnétique, sont disposées à la même distance des palettes des roues, et leur axe, normal à celui de l'arbre, est contenu dans le plan des roues. Les deux bobines présentent aux palettes les pôles de même nom, mais leurs fils sont enroulés en sens inverse et font partie du même circuit avec le *téléphone* récepteur.

» Supposons que l'arbre moteur, en tournant, n'éprouve aucune torsion. Alors une palette quelconque de l'une des roues passe vis-à-vis de la bobine correspondante précisément au même instant qu'une palette de l'autre roue passe vis-à-vis de l'autre bobine; les deux courants d'induction excités dans les deux bobines, étant égaux et contraires, se détruisent, et le téléphone doit rester muet, si toutefois les deux bobines sont bien réellement identiques; cette condition n'est d'ailleurs point rigoureusement nécessaire, comme on le verra plus loin. S'il y a torsion, les palettes ne passeront pas au même instant dans le plan méridien qui contient l'axe des deux bobines, et l'écart sera proportionnel à l'effort transmis à l'arbre. Or, si l'on déplace la seconde bobine de manière qu'elle glisse sur un cercle gradué fixé normalement à l'axe de l'arbre moteur, il arrivera un moment où le téléphone redeviendra muet, ou au moins donnera un son d'*intensité minimum;* l'angle dont on l'aura déplacée donnera la torsion totale, sur la longueur comprise entre les deux roues.

» Supposons qu'on ait aussi déterminé la torsion lorsque l'arbre moteur tourne à vide; alors le rapport de l'effort nécessaire pour vaincre les frottements à l'effort transmis à l'arbre sera $\frac{\alpha'}{\alpha}$. L'effort capable de produire une torsion donnée pourra être déterminé au moyen d'une expérience préliminaire....

([1]) Dans les machines à vapeur marines, l'arbre moteur ayant toujours une longueur considérable, cette distance peut être assez grande, et la méthode que je propose s'applique par conséquent surtout à ces machines.

» Nous avons supposé jusqu'ici que la torsion de l'arbre moteur se maintienne constante pendant tout le temps qu'on la mesure au moyen du téléphone. Si la torsion changeait à chaque instant, mais que ce changement se répétât à chaque révolution de l'arbre moteur (dont la durée est supposée constante), alors la position occupée par la bobine mobile lorsque le téléphone donne un son d'*intensité minima* ferait encore connaître l'angle de torsion.

» Il est évident qu'on peut remplacer les deux roues par deux secteurs égaux ayant le même nombre de palettes égales en fer doux. »

PHYSIQUE. — *Sur un procédé pour la mesure des températures élevées.* Note de MM. **J.-M. Crafts** et **Fr. Meier**, présentée par M. Friedel.

« Le thermomètre à gaz est le seul instrument de mesure normal des températures, et les méthodes qui emploient les résistances électriques, les chaleurs spécifiques ou les propriétés optiques des corps sont fondées sur des données obtenues par comparaison avec le thermomètre à gaz et sont entachées des erreurs de celui-ci aussi bien que de celles qui leur sont propres, et encore, pour les températures qui dépassent les limites que l'on peut mesurer avec l'instrument normal, on ne peut pas avoir une confiance parfaite dans les formules qui transforment les indications obtenues par d'autres procédés en degrés thermométriques. Ce sont les considérations qui nous ont guidés dans un essai qui avait pour but d'obtenir des mesures très rapides de hautes températures en adaptant le thermomètre à gaz à des conditions particulières, et nous croyons que notre procédé a l'avantage très appréciable d'étendre l'usage de cet instrument à des températures où le verre et la porcelaine commencent à être ramollis par la chaleur et à des cas où la porcelaine devient très lentement perméable aux gaz.

» Les procédés usuels comparent à zéro et à la température que l'on veut mesurer le volume ou la pression d'une quantité constante d'un gaz renfermé dans l'appareil, et, par conséquent, toute fuite ou tout changement de volume du vase pendant un long intervalle de temps influe sur les résultats. Ainsi le thermomètre à air ordinaire doit avoir une grande perfection de construction et ne peut pas être employé à un autre usage. Nous avons imaginé le procédé suivant spécialement pour répondre à un besoin qui se fait sentir dans la méthode de M. Victor Meyer pour la détermination des densités de vapeur. On opère avec un vase de porcelaine chauffé dans

un fourneau à gaz à une température qu'il s'agit de mesurer et qui doit rester constante pendant un certain temps. On peut difficilement admettre, surtout quand on chauffe à flamme nue, qu'un instrument thermométrique placé à côté du vase ait la même température que lui, et c'est pour cette raison que nous avons préféré employer celui-ci successivement comme thermomètre et comme vase pour les expériences de densité. Chaque opération doit se faire indépendamment des autres et très rapidement.

» Voici la méthode générale du procédé : au moment où l'on désire mesurer la température, on introduit dans le vase à longue tige, qui a la forme d'un thermomètre à air, un tube en verre ou en platine qui pénètre jusqu'à la partie inférieure du vase. Ce tube sert à introduire un gaz qui doit chasser tout l'air renfermé dans l'appareil à travers un embranchement capillaire disposé à l'extrémité supérieure de la tige, pour être recueilli et mesuré dans un tube gradué.

» On choisit pour chasser l'air un gaz, comme l'acide carbonique ou l'acide chlorhydrique, que l'on peut facilement séparer de l'air par absorption. Nous donnons la préférence à l'acide chlorhydrique, parce que son absorption immédiate par l'eau précise nettement la fin de l'opération. Il n'attaque pas les vases, et l'on s'est assuré à deux reprises qu'un courant d'acide chlorhydrique sec, après avoir passé pendant une demi-heure à travers un vase en porcelaine chauffé au-dessus de 1300°, ne donne lieu à la production que de $0^{cc},1$ de gaz non absorbable.

» Il faut moins de deux minutes pour chasser l'air, mais par précaution on laisse passer l'acide chlorhydrique encore deux minutes, on mesure l'air, et l'on remplit le vase de porcelaine de nouveau avec de l'air sec. Cette opération terminée, l'appareil est prêt pour prendre la densité d'un gaz; s'il s'agit d'un corps solide, il faut seulement ôter le tube en platine, en ayant soin de le retirer très lentement pour éviter un changement brusque de température qui pourrait fendre la tige. Ainsi les opérations peuvent se succéder très rapidement et en nombre indéfini, et des expériences avec le verre de Bohême nous ont démontré que la rapidité avec laquelle on fait l'expérience et l'absence de toute différence de pression à l'extérieur et à l'intérieur du vase permettent d'opérer à des températures où la matière du vase serait trop ramollie pour pouvoir subir sans changement de forme les opérations ordinaires que l'on fait avec un thermomètre à air.

» Pour calculer la température d'après les données ainsi obtenues, il faut diviser l'appareil en deux parties, dont l'une est chauffée à la température que l'on mesure, tandis que l'autre est portée à des degrés différents

de température, dont il faut mesurer à part l'effet total au moyen du compensateur de M. Sainte-Claire Deville. Les deux parties sont calibrées séparément pour déterminer leurs volumes relatifs. Ainsi le mode d'opérer a quelque ressemblance avec celui que l'on emploie avec un thermomètre à air à volume variable, mais les dimensions plus considérables de la tige rendent les résultats moins exacts avec notre appareil; cependant nous croyons pouvoir recommander son emploi dans les cas spéciaux que nous avons indiqués, et plus de quarante observations nous ont convaincus qu'il donne des indications assez précises pour servir dans une série d'expériences sur la densité de vapeur de l'iode que nous désirons présenter prochainement à l'Académie.

» Nous avons contrôlé cette méthode thermométrique par deux observations du point d'ébullition du soufre, qui ont donné 448° et 445°, et pour les températures supérieures, où l'emploi provisoire du verre de Bohême, au lieu de la porcelaine, pour le tube compensateur a laissé quelques incertitudes, nous avons contrôlé les températures obtenues par les points de fusion connus de l'or et de l'argent. Nous espérons pouvoir compléter ces essais de contrôle par des comparaisons faites avec d'autres méthodes. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Électrolyse de l'acide malonique.* Note de M. E. **Bourgoin**, présentée par M. Berthelot.

« Théoriquement, les malonates alcalins devraient dégager au pôle positif, par une oxydation normale, du méthylène libre.

» Réaction fondamentale :

$$C^6H^2Na^2O^8 = \underbrace{Na^2}_{\text{Pôle N.}} + \underbrace{(C^6H^2O^6 + O^2)}_{\text{Pôle P.}};$$

» Au pôle positif,

$$(C^6H^2O^6 + O^2) = 2C^2O^4 + C^2H^2.$$

» Un essai électrolytique a été fait autrefois, mais sans succès, par M. Berthelot. Malgré cet insuccès, et bien qu'il restât peu d'espoir d'obtenir le méthylène, j'ai repris cette électrolyse en l'étudiant avec le plus grand soin. Voici pourquoi. J'ai démontré que l'acide succinique ne fournit de l'éthylène que dans des conditions très limitées : électrolyse-t-on

une solution concentrée faite avec 2 molécules de succinate de sodium et 1 molécule de soude caustique, il ne se dégage pas trace d'éthylène au pôle P, même lorsque l'expérience est continuée pendant une semaine entière; par contre, ce carbure prend immédiatement naissance dès que l'alcalinité de la liqueur est réduite de moitié.

» L'acide malonique a été obtenu en prenant pour point de départ l'acide monochloracétique et en suivant une marche plus simple que celles qui ont été indiquées jusqu'ici. J'ai obtenu, par ce moyen, près de 500gr d'un corps bien cristallisé et parfaitement pur.

» J'ai successivement soumis à l'électrolyse des solutions très concentrées, plus ou moins alcalines, le malonate neutre de sodium et l'acide malonique libre. Voici les résultats obtenus.

» I. MALONATE DE SOUDE ET ALCALI. — 1° *Solution très alcaline :*

$$2\,C^6H^2Na^2O^8 + NaHO^2.$$

Cette solution concentrée, d'une consistance sirupeuse, s'électrolyse avec une grande difficulté, même lorsque les électrodes sont très rapprochées. Bien que l'opération marche un peu mieux après l'addition d'une petite quantité d'eau, le dégagement gazeux au pôle positif se fait toujours très lentement.

» Le gaz positif est un simple mélange d'oxygène, d'acide carbonique et d'oxyde de carbone. Privé d'oxygène, il n'éprouve aucune action sous l'influence du brome, ce qui exclut la présence de tout carbure éthylénique. Ce mélange gazeux prend naissance d'après les équations suivantes :

$$(C^6H^2O^6 + O^2) = H^2O^2 + 3C^2O^2,$$
$$(C^6H^2O^6 + O^2) + 3O^2 = H^2O^2 + 3C^2O^4.$$

» 2° $4C^6H^2Na^2O^8 + NaHO^2$. — Comme dans le cas précédent, avec cette solution modérément alcaline, on ne recueille au pôle positif que de l'oxygène, de l'acide carbonique et de l'oxyde de carbone.

» On obtient des résultats analogues en opérant sur des solutions concentrées encore moins alcalines que les précédentes.

» II. MALONATE NEUTRE DE SOUDE. — Ce sel, qui cristallise difficilement, est déliquescent. A la température ordinaire, il se dissout dans un peu moins du double de son poids d'eau, en donnant une dissolution sirupeuse.

» Au début de l'expérience, il ne se dégage que de l'acide carbonique

et la solution devient fortement acide dans le compartiment P. On peut conclure de là :

» 1° Que la plus grande partie de l'acide malonique se régénère au pôle P, par simple hydratation :

$$(C^6H^2O^6 + O^2) + H^2O^2 = C^6H^4O^8 + O^2;$$

» 2° Que l'oxygène, mis en liberté dans cette réaction, est tout d'abord complètement utilisé pour oxyder une petite quantité d'acide anhydre, conformément à l'équation suivante :

$$(C^6H^2O^6 + O^2) + 3O^2 = 3C^2O^4 + H^2O^2.$$

» Bientôt la combustion devient un peu moins parfaite, l'oxygène et l'oxyde de carbone accompagnant l'acide carbonique.

» A la fin de l'expérience les deux compartiments ont été séparés et chaque liquide a été soumis à l'analyse. Ces dosages conduisent aux deux conséquences suivantes :

» 1° Sur la totalité de l'acide malonique mis en liberté au pôle positif, $\frac{1}{10}$ seulement est détruit par l'oxygène, avec formation d'acide carbonique et d'oxyde de carbone.

» 2° Les quantités de sel décomposées dans chaque compartiment sont très inégales, le compartiment P s'appauvrissant surtout, conformément à la règle générale que j'ai formulée autrefois.

» Ces déterminations numériques permettent, en outre, de préciser l'action du courant sur une solution neutre de malonate de soude : il se sépare du sodium, qui va au pôle négatif, tandis que le reste du sel est mis en liberté au pôle positif. Le métal décompose l'eau, à la manière ordinaire, en dégageant de l'hydrogène, alors que les éléments positifs éprouvent deux séries de réactions :

» 1° L'acide anhydre reproduit au sein de l'eau l'acide malonique;

» 2° Une petite portion de cet acide est attaquée par l'oxygène pour former de l'acide carbonique, de l'eau et de l'oxyde de carbone :

$$(C^6H^2O^6 + O^2) + 2O^2 = 2C^2O^4 + C^2O^2 + H^2O^2.$$

» L'oxygène tire son origine de deux sources différentes : de l'électrolyse directe du malonate et de celle de l'alcali régénéré, dernière action qui rend compte de la préservation du sel dans le compartiment positif.

» III. Acide malonique libre. — L'acide malonique est très soluble

dans l'eau, car il se dissout dans moins de son poids d'eau à la température ordinaire. J'ai trouvé que 100 parties d'eau à 15° en dissolvent 139,37.

» En soumettant à l'électrolyse une solution concentrée, de consistance sirupeuse, le gaz P, qui ne se dégage qu'avec une grande lenteur, est simplement formé d'oxygène mêlé à une petite quantité d'acide carbonique.

» L'acide malonique libre se comporte, sous l'influence du courant, à la manière des acides minéraux, l'acide sulfurique par exemple, la seule différence consistant dans la destruction d'une petite quantité d'acide sous l'influence de l'oxygène.

» En résumé, l'acide malonique présente les caractères suivants :

» A l'état libre, il est très stable vis-à-vis du courant et se concentre régulièrement dans le compartiment positif, double caractère qui l'éloigne de son homologue inférieur, l'acide oxalique.

» En solution concentrée et alcaline, il ne donne naissance, dans aucun cas, à un carbure d'hydrogène, ce qui le différencie de l'acide succinique.

» Ces différences sont telles, que si le méthylène libre n'avait pas échappé jusqu'ici à toutes les recherches, on serait tenté de croire que l'acide malonique de synthèse n'est pas le véritable homologue de l'acide oxalique et de l'acide succinique ordinaire. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Synthèse des matières ulmiques*. Note de M. **A. Millot**, présentée par M. Thenard.

« Lorsque l'on fait passer dans de l'eau acidulée un courant électrique, en prenant pour électrode négative une lame de platine et pour électrode positive un charbon de cornue à gaz, le charbon se désagrège promptement et tombe en poussière au fond du vase. Si l'on remplace la solution acide par une solution alcaline, le charbon se désagrège encore; mais, en outre, une notable portion se dissout dans le liquide, qui prend une coloration noire très intense.

» J'ai employé une solution ammoniacale renfermant 5 pour 100 d'ammoniaque à 22° (une plus forte proportion d'alcali retarde la réaction). J'ai électrolysé la solution à l'aide d'une pile thermo-électrique équivalant à peu près à 2 éléments Bunsen. Le liquide noir que l'on obtient après filtration est précipité par les acides minéraux, et l'on obtient une matière qui, dans ses caractères généraux, présente de l'analogie avec le glucose azoté décrit par M. Thenard.

» Le précipité est entièrement soluble dans l'eau quand l'acide a été enlevé par lavage. La solubilité est plus grande dans l'eau chaude que dans l'eau froide. Il est insoluble dans l'alcool, qui le précipite de ses solutions.

» Lorsque la matière a été desséchée, elle devient partiellement insoluble dans l'eau pure; mais elle se dissout intégralement dans l'eau ammoniacale. Elle devient même complètement insoluble dans l'eau après dessiccation à 150°.

» Contrairement à la plupart des matières organiques azotées, elle ne donne pas d'ammoniaque par l'ébullition dans une solution de potasse concentrée. Chauffée avec la potasse, elle donne naissance à du cyanure de potassium.

» Ces réactions sont également celles qui caractérisent le glucose azoté.

» L'analyse de cette matière, précipitée par l'acide chlorhydrique et redissoute à plusieurs reprises, a donné, après séchage à 150° :

Charbon..........................	54,75
Hydrogène........................	4,00
Azote............................	12,40
Oxygène..........................	28,85

» Si l'on emploie, au lieu d'ammoniaque, une solution de potasse très étendue, on obtient une matière noire dont les propriétés sont sensiblement les mêmes, si ce n'est qu'elle n'est pas azotée. Le produit précipité par un acide est soluble dans l'eau et insoluble dans l'alcool et l'éther comme le précédent.

» Les charbons employés proviennent de sciage du coke des cornues à gaz. Ils ont été purifiés par un courant de chlore au rouge pendant trente heures, pour enlever les hydrocarbures que ces produits renferment, c'est-à-dire au delà du temps nécessaire pour enlever les hydrocarbures et de notables proportions de fer et de silice. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les produits du dédoublement des matières protéiques*. Note de M. **Bleunard**.

« Dans une précédente Note, j'ai montré que la matière organique de la corne de cerf se décompose par l'hydrate de baryte d'une façon analogue à l'albumine, en donnant, outre l'ammoniaque et les acides carbonique et oxalique, un mélange amidé répondant très approximativement à la formule générale $C^nH^{2n}Az^2O^4$, avec une valeur de n inférieure à celle du

mélange amidé de l'albumine, ce qui faisait prévoir la présence, dans ce mélange, de glucoprotéines moins riches en carbone. Mes recherches ultérieures m'ont, en effet, démontré que la plus grande partie du mélange était constituée par une glucoprotéine répondant à la formule $C^6H^{12}Az^2O^4$. Le composé du même ordre le moins riche en carbone, trouvé par M. Schützenberger avec l'albumine, avait pour formule $C^7H^{14}Az^2O^4$. Il devenait intéressant de vérifier avec ce nouveau produit, facile à obtenir en grande quantité, une réaction signalée par M. Schützenberger. On sait, d'après ses recherches sur les glucoprotéines en C^8 et en C^9, que celles-ci réagissent sur le brome, qu'elles transforment intégralement en acide bromhydrique en se changeant en un composé ou en un mélange répondant à la formule $C^nH^{2n}Az^2O^5$.

» On a, d'après lui,

$$C^nH^{2n}Az^2O^4 + H^2O + Br^2 = 2BrH + C^nH^{2n}Az^2O^5,$$
$$C^nH^{2n}Az^2O^5 = C^aH^{2a+1}AzO^2 + C^bH^{2b-1}AzO^3,$$

avec $a + b = n$.

» 5^{gr} de glucoprotéine $C^6H^{12}Az^2O^4$ ont été dissous dans l'eau et traités par de l'eau de brome jusqu'à refus de décoloration. L'acide bromhydrique formé a été dosé sous forme de bromure d'argent. On a constaté que tout le brome employé se retrouvait à l'état d'acide bromhydrique et que les 5^{gr} de glucoprotéine avaient utilisé $4^{gr},4$ de brome.

» La réaction

$$C^6H^{12}Az^2O^4 + H^2O + Br^2 = 2BrH + C^6H^{12}Az^2O^5$$

exige $4^{gr},54$ de brome.

» Le produit de la réaction, débarrassé d'acide bromhydrique et évaporé à sec, a donné, à l'analyse, des nombres correspondant à la formule $C^6H^{12}Az^2O^5$. Le même produit étant dissous dans un peu d'eau et la solution étant abandonnée à elle-même, on a obtenu une cristallisation de sucre de gélatine pur et un liquide sirupeux.

» Le produit $C^6H^{12}Az^2O^5$ constitue donc un mélange, à équivalents égaux, de sucre de gélatine $C^2H^5AzO^2$ et d'un composé amidé de formule $C^4H^7AzO^3$.

» Ces résultats s'accordent donc, en tous points, avec ceux qu'a obtenus M. Schützenberger avec les homologues supérieurs dérivés de l'albumine. Après l'oxydation par le brome, la séparation des acides amidés homo-

logues de la leucine s'effectue facilement, et cette réaction peut servir comme moyen de déterminer la véritable constitution des glucoprotéines.

» Un corps tel que $C^6H^{12}Az^2O^4$ peut être envisagé comme une combinaison moléculaire de $C^3H^7AzO^2$ avec $C^3H^5AzO^2$ ou de $C^2H^5AzO^2$ avec $C^4H^7AzO^2$. L'expérience précédente montre que la dernière constitution est la vraie. La leucéine $C^4H^7AzO^2$ se change, par oxydation, en un corps $C^4H^7AzO^3$ (¹). »

PHYSIOLOGIE. — *Sur les caractères anatomiques du sang dans les phlegmasies.* Note de M. G. Hayem, présentée par M. A. Vulpian.

« L'étude des altérations anatomiques du sang, et surtout de l'évolution de ces altérations, montre que les principaux états morbides ont pour ainsi dire un cachet hématique spécial dont la connaissance peut être appliquée au diagnostic et au pronostic d'un certain nombre de maladies.

» Mon attention ayant porté particulièrement sur les rapports qui existent entre les modifications des hématoblastes et la formation du réticulum fibrineux, j'ai constaté que l'examen microscopique du processus de coagulation fournit des renseignements plus nombreux et au moins aussi précis que le dosage de la fibrine par les procédés chimiques.

» Nous nous occuperons tout d'abord des phlegmasies et nous aurons à distinguer : 1° les modifications numériques des éléments du sang; 2° les altérations qualitatives de ces mêmes éléments.

» Cette première Note n'aura pour objet que les variations numériques.

» I. *Globules blancs.* — A l'état normal, le nombre des globules blancs est en rapport surtout avec l'âge des sujets. Voici les principaux résultats de mes observations, en prenant pour base le millimètre cube de sang :

	Moyenne des globules blancs.
Nouveau-nés pendant les quarante-huit premières heures........	18000
» pendant les jours suivants jusqu'à la fin du premier mois................................	8000
Enfants de plusieurs mois à quatre ans......................	6000
Adultes et vieillards....................................	5000

(¹) Ce travail a été exécuté au laboratoire du Collège de France, d'après les conseils de M. Schützenberger.

» Chez la femme le nombre des globules blancs est le même que chez l'homme, mais il augmente généralement de 1000 à 2000 pendant la période menstruelle.

» Cela posé, dans toutes les phlegmasies le nombre des globules blancs est augmenté. Cet accroissement de nombre est variable : sur soixante-cinq observations, il a oscillé de 7000 à 36500. Le premier chiffre a été observé dans un cas d'érysipèle léger de la face, presque apyrétique, le second dans un cas de pneumonie caséeuse double avec cavernes. Le plus souvent le nombre des globules blancs est de 15000 à 20000; il devient, par conséquent, trois à quatre fois plus élevé qu'à l'état normal. On peut dire qu'en général il est d'autant plus grand que la maladie est plus franchement inflammatoire, que celle-ci soit idiopathique ou symptomatique.

» Relativement à la marche du phénomène, on constate les faits suivants :

» 1° L'augmentation du nombre des globules blancs se produit dès le début de la maladie et atteint, régulièrement ou par oscillations, un maximum qui coïncide avec la période de maturité de l'affection, c'est-à-dire, par exemple, avec la suppuration, dans les cas d'inflammation suppurative.

» 2° Dans les phlegmasies en voie de décroissance, le nombre des globules blancs diminue en suivant plus ou moins étroitement la marche de la maladie.

» 3° Dans les inflammations suppuratives, le nombre des globules blancs diminue tout à coup au moment où le pus se fait jour au dehors, pour augmenter de nouveau lorsque cette issue est suivie d'une suppuration secondaire.

» 4° Au commencement de la convalescence des formes franchement aiguës, on voit assez souvent, pendant un temps variable, mais court (un, deux, trois jours), le nombre des globules blancs s'abaisser sensiblement au-dessous du chiffre normal, avant d'atteindre définitivement la moyenne physiologique.

» L'augmentation dans le nombre des globules blancs n'appartient pas exclusivement aux phlegmasies aiguës à évolution rapide. Si dans ces conditions elle atteint son plus haut développement, elle n'en reste pas moins très accusée dans les phlegmasies subaiguës ou même chroniques, que celles-ci soient suppuratives ou même simplement parenchymateuses.

» II. *Hématies.* — Les variations numériques des globules rouges dans les phlegmasies dépendent de conditions si diverses et sont par suite si

peu régulières, qu'il est difficile d'en donner une description générale. On peut dire cependant qu'une inflammation aiguë d'une durée de huit à dix jours (pneumonie par exemple) détermine presque toujours une perte de 200000 à 1000000 de globules rouges par millimètre cube. Mais cette évaluation n'est pas rigoureuse, car elle n'a pu être faite qu'à l'aide du chiffre trouvé après le retour complet à la santé.

» C'est au moment de la défervescence que le nombre des hématies atteint son minimum; il se relève irrégulièrement et d'une manière plus ou moins rapide pendant la convalescence. A cette époque il n'est pas rare de le voir atteindre un chiffre très élevé, pour redescendre ensuite.

» Lorsque la phlegmasie est franchement aiguë et suivie d'une guérison rapide, le nombre des hématies redevient physiologique en quelques jours. Cette réparation numérique est plus longue à la suite des phlegmasies graves et traînantes. Enfin elle avorte quand à l'état aigu succède un état subaigu ou chronique. On peut même observer dans ces dernières circonstances une anémie de plus en plus accentuée (rhumatisme articulaire subaigu, par exemple).

» III. *Hématoblastes.* — Le nombre des hématoblastes, qui, à l'état normal, est de 255000, est peu modifié pendant la période d'état des phlegmasies aiguës à évolution rapide. Dans la pneumonie franche, il est en général un peu au-dessus du chiffre normal, tandis que dans la plupart des autres maladies inflammatoires il reste au-dessous de ce chiffre ou l'atteint à peine. En général, plus la maladie a une durée longue, plus le nombre des hématoblastes a une tendance à s'abaisser; il peut descendre ainsi jusqu'à 100000 ou même 75000.

» C'est au moment où la phlegmasie touche à sa fin qu'il atteint son minimum.

» Alors apparaît tout à coup une augmentation rapide et progressive des hématoblastes, fait capital et constant qui constitue le phénomène le plus saillant et le plus caractéristique de tous ceux que la numération des éléments du sang peut mettre en évidence. En deux ou trois jours (dans les cas franchement aigus), le nombre de ces corpuscules atteint un maximum qui est deux, trois ou presque quatre fois plus grand que le chiffre normal. Cette accumulation d'hématoblastes, qui constitue par sa constance et son intensité une sorte de crise hématique, se montre au moment même de la défervescence; elle débute souvent dès que la température fléchit.

» Elle est intimement liée à l'évolution de la lésion et s'observe aussi bien

dans les cas mortels que dans ceux qui guérissent, pourvu que la partie enflammée entre en résolution.

» De même, lorsque la maladie se compose de plusieurs inflammations successives, chacune de ces lésions se termine par une production abondante d'hématoblastes.

» Enfin, dans les cas où la maladie a une évolution lente et une défervescence traînante, l'élévation du chiffre des hématoblastes se fait par poussées successives et elle n'atteint son apogée qu'au bout d'un plus grand nombre de jours.

» Ce phénomène important coïncide avec l'abaissement du chiffre des globules blancs; il est éphémère et bientôt suivi de la formation de nouvelles hématies.

» On doit le considérer, dans ces circonstances, comme la conséquence d'une accumulation passagère de jeunes éléments au moment où l'évolution sanguine, après avoir été entravée par le processus pathologique, reprend son cours normal. Cette accumulation reste appréciable jusqu'au rétablissement de l'équilibre entre la transformation des hématoblastes en hématies et la production des éléments nouveaux. »

PHYSIOLOGIE. — *Sur l'action digestive du suc de papaya et de la papaïne sur les tissus sains ou pathologiques de l'être vivant.* Note de M. E. **Bouchut.**

« Dans une précédente Communication, le 23 août 1879, j'ai montré qu'il y avait, dans le suc de papayer et dans le ferment digestif qu'elle renferme (la *papaïne*), un agent qui forme avec les matières albuminoïdes (fibrine, gluten, viande crue, lait) une combinaison ayant tous les caractères des peptones assimilables. En poursuivant ces expériences avec le suc de papayer dilué ou avec la papaïne, non plus sur des matières albuminoïdes mortes, mais sur des tissus vivants, sains ou pathologiques, d'adénômes et de cancers, je suis arrivé à des résultats que je crois dignes d'intérêt.

» Ces tissus se digèrent et se convertissent en peptones, comme les matières albuminoïdes mortes. Ainsi, par des injections de 1^{gr} *de solution de papaïne* à $0^{gr},10$ par gramme, ou de 1^{gr} de suc de papayer au cinquième dans le cerveau, au moyen de la seringue hypodermique, on obtient une digestion de la substance cérébrale qui a été en contact avec le tissu du cerveau. Toute cette partie, examinée vingt-quatre heures après la mort, est devenue

jaunâtre, molle, et, sur un point plus restreint, elle forme un foyer de ramollissement pulpeux jaune et d'autres fois rougeâtre. L'animal ne résiste que deux ou trois heures à cette injection; il tombe dans le collapsus, paralysé d'un ou des deux côtés du corps, et il meurt en paraissant beaucoup souffrir.

» Si l'on injecte, sur le même animal, 1gr de la même solution de papaïne, ou de suc de papayer dilué, dans les muscles d'une région quelconque du corps, à la cuisse, à la fesse ou dans les lombes, on remarque, au bout de vingt-quatre heures, lors de l'autopsie, une altération très prononcée du tissu musculaire. Dans la partie du muscle où a séjourné la papaïne, on trouve, entourée par le tissu musculaire normal, une partie ramollie, pulpeuse et gélatineuse, formée par le muscle digéré. Dans sept expériences, le résultat a toujours été le même.

» Après ces expériences sur les tissus nerveux et musculaires d'un animal vivant, j'ai pensé que les tissus pathologiques, tels que les adénômes, cancers, etc., pourraient être digérés et dissous par la papaïne et le suc de papaya. Trois fois, j'ai injecté dans les adénômes du cou la solution indiquée, soit par une seule piqûre, soit par plusieurs injections, selon le volume de la tumeur. Les effets de cette injection sont, au bout de deux heures, très douloureux, et provoquent un violent accès de fièvre. Au bout de trois jours, les ganglions sont ramollis et convertis en abcès qu'il faut vider avec l'instrument tranchant; puis, deux fois sur trois, l'abcès a guéri.

» Dans trois cas de cancer du sein et un cas de cancer des ganglions de l'aîne après castration, rencontrés à l'hôpital Saint-Louis, dans le service de M. Péan, des injections de papaïne ont amené le ramollissement et la digestion de tumeurs dures, énormes. Le produit liquide, retiré par aspiration d'un de ces cancers gros comme le poing, examiné au laboratoire de la Faculté par M. Henninger, a paru être une véritable peptone. Cela démontre que l'action de la papaïne sur le tissu cancéreux a été une vraie digestion [1].

---

[1] En effet, dans une première analyse, sur 47gr de liquide, M. Henninger a trouvé 2gr,91 d'albumine renfermant 0gr,565 de peptone séchée à 110°, caractérisée par toutes ses réactions.

Dans une deuxième analyse, le liquide extrait six jours après la première ponction ne renfermait que 0gr,05 de peptone.

Dans une troisième analyse de la même malade, après une nouvelle injection de papaïne, le liquide albumineux extrait de la poche étant de 22gr huit jours après la seconde ponction, il y avait 0gr,065 de peptone.

» Dans ces cas aussi, la solution injectée, quoique neutre, a produit de très violentes douleurs et un formidable accès de fièvre.

» Je rapporterai enfin une expérience relative à une forte grenouille vivante, en partie dépouillée de sa peau et mise tout entière dans un vase rempli de suc de papayer, dilué au cinquième. Elle était morte au bout de douze heures, en partie digérée au bout de vingt-quatre heures, et, après deux jours, il n'en restait plus que le squelette.

» Cette expérience et celles qui ont été précédemment rapportées au sujet des lombrics et des ténias vivants, que la papaïne a digérés, prouvent que tous les tissus organisés, même lorsqu'ils sont vivants, peuvent être peptonisés par cette substance, qui est de la *pepsine végétale*. Elle agit sur les tissus d'un animal vivant de même façon que sur les matières alimentaires albuminoïdes déposées dans l'estomac ou dans un vase de laboratoire. »

MÉDECINE. — *Sur l'anchylostomiase*. Note de MM. L. Concato et E. Perroncito (de Turin).

« Dans la clinique dirigée par l'un de nous (M. Concato) viennent d'être admis, dans l'espace de quelques jours, trois individus affectés d'anchylostomiase. L'examen des fèces indique que le nombre des anchylostomes contenus dans l'intestin doit être assez considérable, et cette opinion est corroborée par l'état des malades : tous trois, en effet, sont profondément épuisés, par le fait d'une grave et menaçante anémie.

» Cette observation acquiert une importance considérable par suite de cette circonstance, que les malades dont il s'agit sont des ouvriers employés au percement du tunnel du Saint-Gothard, et que, d'après ce qu'ils rapportent, leurs compagnons de travail sont, par centaines, affectés par la même maladie. Cette assertion est, du reste, confirmée par le médecin d'Airolo, à qui nous nous sommes adressés pour obtenir des informations à ce sujet. Aussi avons-nous pensé qu'il était de notre devoir d'attirer l'attention sur la manifestation épidémique, si étendue, d'une maladie qu'on avait regardée comme si rare jusqu'à présent.

» De nouvelles recherches donneront des renseignements plus précis. Pour notre part, nous nous empresserons de communiquer à l'Académie tous les faits que nous pourrons recueillir à l'égard de cette maladie.

» Déjà, en nous appuyant sur le résultat des expériences faites par l'un

de nous (M. Perroncito), et d'après lesquelles les anchylostomes ont succombé sous l'action directe d'une température de 45° à 46° C., nous avons tenté l'entéroclysme avec de l'eau portée à une température de 48° à 50° C. et plus. Les expériences déjà faites sur les animaux et en voie d'exécution sur l'homme nous donnent lieu d'espérer une heureuse réussite. »

MINÉRALOGIE. — *Sur la production artificielle de feldspaths à base de baryte, de strontiane et de plomb, correspondant à l'oligoclase, au labrador et à l'anorthite.* Note de MM. **F. Fouqué** et **A. Michel Lévy.**

« Nous nous sommes proposé, dans ces recherches, de compléter l'une des séries minéralogiques naturelles les plus importantes : celle des feldspaths à base alcalino-terreuse. L'analogie du rôle que jouent dans les minéraux d'une part la chaux, la baryte, la strontiane et le protoxyde de plomb, d'autre part la chaux, la magnésie, les protoxydes de fer, de manganèse et de zinc, a été signalée par Ch. Sainte-Claire Deville et mise en relief par M. H. Sainte-Claire Deville dans son étude synthétique des apatites et des wagnérites. Il était naturel de penser que la chaux qui entre dans les feldspaths y figure comme un représentant du premier de ces groupes; nos expériences justifient cette manière de voir en établissant qu'elle peut y être remplacée par la baryte, la strontiane ou le protoxyde de plomb.

» Le procédé que nous avons suivi consiste à opérer la cristallisation à une température élevée, inférieure au point de fusion, mais voisine de celui-ci. Il fournit des cristaux enchevêtrés, qui ne sont pas susceptibles d'être isolés; mais il a l'avantage de se rapprocher du moyen le plus fréquemment employé sous nos yeux par la nature pour faire cristalliser les feldspaths; il démontre donc la possibilité, sinon la probabilité, de l'existence à l'état naturel d'une partie de nos produits.

» Les mélanges que nous avons soumis à la fusion consistent en silice, alumine, carbonate de soude avec strontiane, baryte ou oxyde de plomb; nous les avons mélangés dans les proportions suivantes, rapportées à leurs équivalents :

	Oligoclase.	Labrador.	Anorthite.
SiO^2	$4\frac{1}{2}$	3	2
Al^2O^3	1	1	1
NaO, CO^2	$\frac{5}{8}$	$\frac{1}{4}$	0
MO	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{4}$	1

» Après quarante-huit heures de chauffe, on obtient des culots entièrement cristallisés, que l'on taille en plaques minces pour l'étude microscopique. Les cristaux s'aperçoivent à la lumière naturelle, mais ils se distinguent mieux entre les nicols croisés; ils sont allongés à la façon des microlithes feldspathiques et, comme eux, sont susceptibles de se grouper en sphérolithes. L'intensité de la double réfraction est à peu près celle des feldspaths, sauf dans la série plombique, qui se pare de couleurs plus vives.

» On sait que la zone d'allongement des microlithes feldspathiques est parallèle à l'arête pg^1 et que les extinctions dans cette zone oscillent entre 0° et un maximum, très petit pour l'oligoclase, moyen pour le labrador, très grand pour l'anorthite.

» Dans nos produits, les extinctions se font parallèlement au sens de la longueur pour toute la série barytique, pour l'oligoclase et le labrador de strontiane, et pour l'oligoclase de plomb.

» Un des axes d'élasticité coïncide donc avec la direction de l'allongement.

» L'abondance extrême des pointements rectangulaires dans l'anorthite de baryte, jointe à ses extinctions, fait présumer que ce corps est orthorhombique. Quant aux autres produits à extinctions longitudinales, leurs pointements sont trop variables pour permettre de déterminer leurs systèmes cristallins.

» L'anorthite de strontiane présente des extinctions allant jusqu'à 27°. Le plan des axes optiques est déterminable dans la lumière convergente et sensiblement parallèle à la direction de l'allongement.

» Le labrador de plomb se présente en beaux cristaux, certainement tricliniques, dont les extinctions atteignent un maximum de 25° dans les sections sensiblement rectangulaires que nous attribuons, comme dans les feldspaths, à la zone perpendiculaire à g^1.

» L'anorthite de plomb est surtout sphérolithique; l'angle sous-tendu par les branches noires de la croix, entre les nicols croisés, atteint un maximum de 36°; quelques microlithes isolés s'éteignent également sous des angles assez considérables.

» Tous ces corps sont dépourvus de la macle de l'albite, caractéristique des feldspaths tricliniques. Cependant on les observe souvent en cristaux accolés longitudinalement, à extinction simultanée; ils offrent aussi une macle en croix, analogue à celle de Baveno.

» Tous rayent facilement le verre. Sauf les oligoclases de strontiane, de

baryte et de plomb, et le labrador de strontiane, tous sont attaquables aux acides; le tableau suivant donne leurs poids spécifiques :

	Strontiane.	Baryte.	Plomb.
Oligoclase............	2,619	2,906	3,196
Labrador............	2,862	3,333	3,609
Anorthite............	3,043	3,573	4,093

» Pour obtenir les feldspaths de plomb, nous avons opéré dans des creusets de terre réfractaire; en fondant rapidement le mélange, on évite toute attaque sensible des parois du creuset. Nos autres feldspaths ont été obtenus dans des creusets de platine. Nous avons employé l'acide nitrique pour l'attaque des feldspaths de plomb, l'acide chlorhydrique dans tous les autres cas.

» M. Des Cloizeaux (1) a récemment signalé un feldspath barytique naturel (1 : 3 : 8) triclinique, dont les propriétés optiques sont légèrement différentes de celles de notre oligoclase similaire; l'analyse faite par M. Pisani y a décelé une quantité notable de chaux; la densité, égale seulement à 2,835, éloigne également ce feldspath de nos produits. »

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Éruption et chute de poussières volcaniques, le 4 janvier 1880, à la Dominique (Antilles anglaises).* Lettre de M. L. **Bert** à M. Daubrée.

« Il existe, à l'île de la Dominique, un volcan qui présente le caractère intéressant d'être toujours en activité. Son cratère, rempli aux trois quarts d'eau bouillante sulfureuse, forme un lac à niveau constant, dont la température, sur les bords, peut être estimée à une moyenne de 75° C. A l'une des extrémités de ce lac, l'ébullition se manifeste toutes les trois, quatre ou cinq minutes, par une colonne d'eau, affectant la forme conique, projetée violemment à une hauteur d'environ 10^{m}, en dégageant de fortes lueurs et des vapeurs sulfureuses. Ce cratère, situé à l'est de la chaîne de montagnes qui traverse l'île dans toute sa longueur, fait partie du district de la Grande-Soufrière. L'altitude doit en être évaluée à environ 900^{m}.

» Le dimanche 4 janvier 1880, à 11^{h} du matin, un grondement sourd s'est fait entendre, se répétant presque toutes les deux minutes, mais par intermittences; l'atmosphère s'est obscurcie comme pendant une éclipse de

(1) *Bull. Soc. minéral.*, 1878, p. 84.

Soleil; la pluie tombait par torrents et sans interruption. A $11^h 2^m$, j'ai aperçu un gros nuage noir, se dirigeant par la vallée de Roseau sur la ville et prenant la direction de la mer; à $11^h 3^m$, par une violente rafale de vent, ce nuage, mêlé à la pluie, tombait sur la ville en forme de boue et de sable; un bruit lointain continuait à se faire entendre. Cette pluie mélangée de sable a duré jusqu'à $11^h 10^m$ environ, puis le temps est devenu plus clair. Le baromètre marquait en ville 752^{mm}, état à peu près normal, et le thermomètre 22° C., état normal.

» Je vous envoie une bouteille contenant l'eau de pluie mélangée de sable, recueillie dans un pluviomètre; vous pourrez juger de la quantité de matières étrangères mêlées à la pluie par la quantité du dépôt. Je vous adresse, en même temps, du sable recueilli après la pluie. Ce sable ressemble à une pouzzolane. Je dois ajouter que, pendant toute sa durée, le phénomène a été accompagné d'une forte odeur sulfureuse. La pluie a continué par rafales jusqu'au lendemain, après avoir repris son aspect normal. L'émission de pluie et de sable a donc duré environ dix minutes et n'a été accompagnée, du moins de notre côté, d'aucune secousse de tremblement de terre, comme on pouvait s'y attendre. La pluie charriant ce nuage de sable n'a atteint qu'une partie de l'île, soit la partie qui se trouvait sous le vent du volcan. La largeur de l'émission a atteint près de 4^{km}, sur une longueur de près de 10^{km}, c'est-à-dire du cratère au bord de la mer.

» Je tiens à relater un fait assez curieux sur le peu de vitesse qu'a acquis ce nuage charriant le sable, malgré la grande violence du vent.

» Le yacht de plaisance *la Louise,* de la Martinique, se rendant à Roseau, capitale de l'île de la Dominique, se trouvait, le dimanche 4 janvier 1880, à environ 19^{km} de la ville de Roseau. Il était 5^h du soir; sa position était vis-à-vis de la ville, quand le nuage s'est abattu sur lui, par une mer relativement calme, et a laissé sur son pont un résidu pareil à celui que je vous envoie, et que j'ai recueilli le lendemain sur le pont, à l'arrivée du navire.

» Une forte secousse de tremblement de terre s'est fait sentir de 11^h à midi à Marigot, petit village situé sur l'autre versant de la chaîne de montagnes où se trouve situé le volcan. Une rivière non navigable, la rivière de la Pointe-Mulâtre, qui prend sa source sur les flancs du cratère, a eu son lit entièrement rempli par un sable pareil à celui que je vous envoie; ce sable ne tombait pas avec la pluie, mais provenait naturellement des sources de la rivière. Aujourd'hui, cette rivière est séchée, et l'eau qui coule de ses anciennes sources est à peu près de la grosseur de 1 pouce anglais.

» La rivière qui traverse la ville de Roseau a débordé et charrié pendant toute la journée des sables rouges pyriteux et des sables gris, pareils à ceux qui sont tombés sur la ville.

» J'attribue cette pluie de sable à une éruption volcanique provenant du cratère d'eau bouillante; mais je dois vous donner la description de l'endroit où le fait s'est passé. La contrée où se trouve le volcan est déserte, complètement inhabitée et située à des altitudes de 600^{m} à 900^{m}. Avant de parvenir au volcan, il faut traverser, sur le sommet d'un des pics avoisinants, une plaine d'environ 10^{ha}, complètement composée de sables pyriteux, et d'où s'élèvent, presque sans aucune interruption, de petites solfatares ou éruptions de sable de $1^{m},50$ à 2^{m} de haut, mais toujours changeant de place; le sable s'élève en l'air, puis retombe. Il n'y a aucune végétation sur cette plaine. Depuis dimanche, personne n'a pu aller voir ce qui s'était réellement passé; des hommes sont partis depuis hier et sont attendus aujourd'hui.

» J'ai trouvé, par une analyse sommaire, du fer, du soufre et du plomb, ainsi que du silice et de la magnésie. Je serai très heureux si vous faites analyser ces substances et si vous voulez bien me communiquer le résultat. »

GÉOLOGIE. — *Examen des poussières volcaniques tombées le 4 janvier 1880, à la Dominique, et de l'eau qui les accompagnait;* par M. **Daubrée.**

« L'échantillon de poussière recueilli par M. L. Bert, après la pluie, est à grain fin, ayant en moyenne $0^{mm},1$ dans l'échantillon qui nous a été adressé. Cette sorte de sable est formée, pour la plus grande partie, de grains pierreux. Parmi les grains incolores, les uns manifestent, sous le microscope, les formes et les caractères optiques qui appartiennent au labradorite, ainsi que les macles propres à cette espèce de feldspath. D'autres ont les caractères du feldspath sanidine. Certains cristaux feldspathiques sont comme corrodés. Les grains verdâtres ont la forme du pyroxène. On reconnaît aussi du gypse en cristaux isolés.

» Même à l'œil nu, on voit briller beaucoup de petits grains à éclat métallique. Avec un grossissement convenable, on reconnaît que tous ces grains consistent en cristaux cubiques, parfaitement nets, parfois striés, sans facettes modifiantes : ils consistent en pyrite. Leur dimension n'est que de $\frac{1}{30}$ à $\frac{1}{50}$ de millimètre. Au lieu d'être isolés, ces cristaux sont parfois asso-

ciés et agglutinent les grains pierreux, de manière à montrer qu'ils leur sont postérieurs.

» Çà et là on a reconnu quelques grains de galène.

» Ce sable volcanique est imprégné de matières salines, en partie déliquescentes et très sapides, qui ont attaqué le papier qui l'enveloppait.

» La poussière qui a été recueillie en mer, à une distance de 19 kilomètres du rivage, est de même nature que la partie pierreuse de l'échantillon précédent, mais à un état tout à fait impalpable; elle contient aussi des parcelles bulleuses et scoriacées, comme la ponce.

» D'après l'examen qui en a été fait au Bureau d'essai de l'École des Mines, la poussière recueillie à sec, dont il a été question d'abord, a donné les résultats ci-après :

Partie soluble dans l'eau..	Chlorure de potassium.........	1,96	3,57
	Chlorure de sodium...........	0,63	
	Sulfate de chaux.............	0,28	
	Matières organiques...........	0,70	
Partie soluble dans l'acide chlorhydrique étendu..	Sous-sulfate de fer...........	6,20	9,60
	Carbonate de chaux...........	3,60	
	Carbonate de magnésie	0,80	
Partie soluble dans l'acide nitrique	Pyrite de fer.................	5,30	5,95
	Galène.......................	0,65	
	Cuivre		absence
Partie insoluble dans les acides..............................			80,30
	Total		99,42

» Comme on le voit, parmi les chlorures, celui de potassium prédomine beaucoup.

» Quant à l'eau recueillie dans le pluviomètre, elle est chargée de poudre grossière, dans une proportion qui dépasse 20 pour 100. Les grains dépassent souvent $0^{mm},1$ dans notre échantillon.

» En outre, d'après l'analyse du Bureau d'essai, la même eau contient, en dissolution, les mêmes sels que la poussière recueillie à sec, c'est-à-dire beaucoup de chlorure de potassium, avec un peu de chlorure de sodium, une petite quantité de sulfate de chaux et une forte proportion de matières organiques. La quantité de ces sels s'élève à 2 pour 100 du poids de l'eau.

» La poussière volcanique, dont il vient d'être question, est particulièrement remarquable par les innombrables cristaux de pyrite qui y sont disséminés.

» Il y a tout lieu de croire que cette pyrite s'est formée récemment, dans les flaques d'eau chaude que recèle le massif volcanique, sous l'influence

des abondantes exhalaisons sulfureuses qui, d'après la Note précédente, se manifestent sans cesse. L'éruption l'a projetée au dehors, avec les matières pierreuses au milieu desquelles elle s'est développée.

» La pyrite dont il s'agit paraît donc avoir la même origine que celle que M. Bunsen a reconnue en Islande. Elle en a d'ailleurs l'aspect général, ainsi que j'ai pu m'en assurer sur des échantillons dont je suis redevable à l'obligeance de M. le professeur Johnstrup, de Copenhague. Comme dans les fumerolles d'Islande, où se produit la pyrite, nous remarquons ici que ce sulfure est associé à du sulfate de chaux.

» Nous avons donc ici un nouvel exemple de la formation contemporaine de la pyrite à ajouter à ceux qu'on a antérieurement signalés [1].

» Jusqu'à présent, on n'a rencontré la pyrite, au milieu de déjections volcaniques, que dans un nombre de cas très restreints, si on le compare à l'abondance de cette même espèce minérale dans les anciens dépôts.

» La présence de la galène, associée ici à la pyrite, comme un produit d'émanation volcanique, est également très digne de remarque. »

MINÉRALOGIE. — *Séparation des minéraux dont la densité est plus grande que celle du quartz, à l'aide de mélanges fondus de chlorure de plomb et de chlorure de zinc.* Note de M. **R. Bréon**, présentée par M. Daubrée.

« L'extraction des minéraux microscopiques des roches est devenue, dans ces derniers temps, l'une des opérations les plus indispensables de la Minéralogie et de la Géologie. Elle facilite les analyses minérales et leur donne un nouveau cachet de certitude; elle contrôle les déterminations optiques fournies par le microscope. Mais les procédés mis en œuvre jusqu'à présent (emploi de l'électro-aimant, de l'acide fluorhydrique et de la solution de biiodure de mercure dans l'iodure de potassium) ne s'appliquent qu'à un nombre de cas restreint. L'extraction des minéraux dont la densité est supérieure à celle du quartz ne peut notamment s'effectuer à l'aide de la solution iodurée, qui rend de si grands services pour ceux qui ont une densité inférieure. Il existait donc là une lacune que nous avons cherché à combler par l'emploi du procédé suivant.

» Il consiste à soumettre les mélanges de minéraux microscopiques à une sorte de liquation dans les liquides à densités élevées que donne l

---

[1] *Comptes rendus*, t. LXXXI, p. 858; 1875.

fusion, soit du chlorure de plomb pur, soit du mélange de ce sel avec le chlorure de zinc. La densité du chlorure de plomb liquide est égale à 5, celle du chlorure de zinc, dans les mêmes conditions, à 2,4; on peut donc, en mélangeant ces deux produits en proportions variables, composer un grand nombre de liquides, dont les densités seront comprises entre ces deux limites et dans lesquels on pourra faire tomber certains minéraux, tandis que d'autres plus légers flotteront à leur surface. L'expérience réussit facilement; une poudre cristalline composée d'éléments dont la densité est supérieure à celle du quartz peut être ainsi triée, et l'opération même fournit des indications utiles sur les poids spécifiques des minéraux extraits.

» De simples tubes à essai peuvent suffire pour faire ces expériences, car la température à laquelle on opère n'est pas assez élevée pour détruire la cohésion du verre. Les minéraux que nous avons traités ne subissent aucune altération par suite du degré de chaleur nécessaire à la fusion des chlorures, non plus que de leur immersion dans ces liquides.

» La poudre minérale dont on veut fractionner les éléments est jetée par petites portions et brassée pendant quelques instants dans les sels fondus, mélangés en proportions préalablement déterminées. On abandonne le tout au refroidissement, et, le tube étant brisé, on retire un culot solide dont le fond contient les substances qui avaient un poids spécifique plus grand que celui du mélange de chlorures employé; celles dont la densité était inférieure sont, au contraire, réunies à la surface. On n'a plus qu'à détacher la partie que l'on veut examiner; une simple ébullition dans l'eau pure ou additionnée d'acide acétique suffit pour débarrasser les minéraux contenus dans ce fragment des sels de plomb et de zinc qui les englobent.

» Nous avons appliqué ce procédé à des roches pulvérisées et à des sables marins. C'est ainsi que nous avons pu, en l'employant concurremment avec ceux déjà connus, arriver à séparer les uns des autres les minéraux suivants, cassitérite, fers titanés et oxydulés, grenat, saphir, zircon, rutile, staurotide, disthène, sphène, andalousite, amphibole, topaze, pyroxène, glaucophane, tourmaline, micas noir et blanc, émeraude, substances qu'on rencontre souvent dans la nature à l'état d'associations plus ou moins complexes.

» Le procédé ci-dessus décrit est très précis, d'une application facile et appelé à rendre de grands services dans la pratique. »

GÉOLOGIE. — *Aperçu sur la genèse des eaux minérales de la Savoie.* Note de M. L. Lévy. (Extrait d'une Lettre à M. Delesse.)

« Les eaux minérales des Alpes de Savoie peuvent être rangées, au point de vue de leurs caractères chimiques, en trois catégories, savoir : les eaux sulfureuses; les eaux salines (chlorurées et sulfatées); les eaux bicarbonatées, alcalines, ou calciques, ou ferrugineuses.

» A la première catégorie appartiennent les sources d'Aix, de Marlioz et de Challes en Savoie, et celles de Bromines, de la Caille et de Menthon en Haute-Savoie. Les trois premières, analysées en 1878 par M. Willm, ont accusé les résultats résumés dans le Tableau suivant et rapportés à 1^{lit} :

	AIX-LES-BAINS. Source de soufre.	AIX-LES-BAINS. Source d'alun.
Température	43°,5	44°,6
Hydrogène sulfuré libre	$3^{mgr},37$ à $4^{mgr},13$	$3^{mgr},74$
Soufre à l'état d'hyposulfite	$3^{mgr},84$	$3^{mgr},60$
Total des principes fixes	$0^{gr},4925$	$0^{gr},4443$

	MARLIOZ.	CHALLES. Grande source.
Température	11°	10°,5
Sulfhydrate de sodium	$0^{gr},0285$	$0^{gr},3594$
Total des matières contenues	$0^{gr},6383$	$1^{gr},34531$

» Dans la deuxième catégorie, celle des eaux salines, rentrent les sources de Brides, de Salins, de l'Échaillon et de Bonneval (Tarentaise) en Savoie, et de Saint-Gervais en Haute-Savoie; ces eaux, qui sont surtout riches en chlorures de sodium et de magnésium et en sulfates de chaux et de soude, contiennent, par litre, de 16^{gr} (eaux de Salins) à 5^{gr} (eaux de Saint-Gervais) de matières minérales. Leur température varie de 30° à 40°; cependant une des sources de Saint-Gervais n'a que 20°.

» La troisième catégorie, qui est la plus nombreuse, comprend les sources de Saint-Simon, de Coise, de Farette et de la Bauche en Savoie, d'Évian et d'Amphion en Haute-Savoie; leur teneur par litre en matières minérales est toujours inférieure à 1^{gr}; pour les eaux d'Évian, qui sont alcalines et calciques, elle n'est que de $0^{gr},50$; pour celles de la Bauche, qui sont spécialement ferrugineuses, elle atteint $0^{gr},72$. La température des

eaux de cette catégorie est celle des eaux de sources ordinaires, soit de 10° à 12°.

» Les sources sulfureuses et salines se trouvent réparties de part et d'autre de l'axe de soulèvement des Alpes occidentales qui va de Grenoble à Sallanches, suivant la direction N. 26° E.; les premières se rencontrent à l'est de cet alignement, dans une région occupée par les calcaires jurassiques ou crétacés, les secondes plus spécialement à l'ouest, dans le voisinage ou au sein même du terrain triasique, les unes et les autres à proximité de failles.

» D'après cela, il est naturel de supposer que ces sources proviennent d'infiltrations d'eaux pluviales qui pénètrent par les failles jusqu'à une profondeur plus ou moins grande, suivant leur température, et remontent par des fissures secondaires, sous l'influence d'une pression égale à la différence entre les cotes de la ligne d'affleurement de la faille et du point d'émergence de la source.

» En circulant dans les calcaires jurassiques ou crétacés, qui renferment du sulfate de chaux et des pyrites, en rognons, plus ou moins transformées en sulfates, ainsi que des matières organiques sous forme d'imprégnations bitumineuses, les eaux acquièrent le caractère des eaux sulfureuses, par suite de la réaction bien connue des matières organiques sur les sulfates. Quand les parois du siphon naturel sont constituées par les assises triasiques, qui se composent, en Savoie, de grès blancs, de calcaires magnésiens, de schistes lustrés, de gypse avec sel disséminé, et de schistes argilo-ferrugineux, on conçoit aisément que les eaux doivent se charger des sulfates et de chlorures dont l'analyse révèle la présence dans les sources salines.

» Je ne pense pas qu'il faille attribuer une part quelconque dans la formation des eaux minérales de ces deux catégories aux émanations venant directement de la profondeur. Car on serait conduit à admettre que, dans la région peu étendue occupée par les points d'émergence des sources, ces substances sont puisées à un réservoir commun, et cette hypothèse se concilie difficilement avec les différences observées dans leurs caractères chimiques.

» Quant aux eaux de la troisième catégorie, leur origine superficielle n'est pas douteuse; elles se différencient cependant des précédentes par leur mode d'émission, qui est indépendant des grands accidents du sol. On les trouve soit dans les alluvions anciennes (sources alcalines et calciques d'Évian et d'Amphion), soit dans la molasse (source ferrugineuse de

la Bauche), soit dans les terrains d'éboulis qui recouvrent les roches en place (source alcaline de Farette, dans les éboulis de micaschistes).

» Les travaux entrepris dans le but de les capter ont permis de reconnaître qu'elles se forment à une faible distance du sol, dans les mêmes conditions que les sources ordinaires, comme le faisait déjà présumer leur basse température. Les infiltrations qui leur donnent naissance se produisent à l'affleurement d'une couche généralement comprise entre deux lits moins perméables; leur minéralisation est due à l'action dissolvante que les eaux de pluie chargées d'acide carbonique exercent sur les matières minérales qu'elles rencontrent dans leur trajet souterrain. C'est ainsi que les eaux alcalines et calciques d'Évian empruntent leurs principaux éléments aux débris de roches cristallines et sédimentaires répandus dans les alluvions, tandis que le fer est fourni aux eaux de la Bauche par les rognons de pyrite plus ou moins oxydés que l'on trouve dans la molasse ou par la matière calcaire et ferrugineuse qui cimente les grains de cette roche. »

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Composition des eaux minérales de Bussang (Vosges).* Note de M. **Ed. Willm.**

« L'eau minérale de Bussang est une eau bicarbonatée, alcaline, froide (11° à 12°), légèrement ferrugineuse et manganésée. Elle est fournie par trois sources. La plus ancienne de ces sources est la *source Salmade:* c'est la plus ferrugineuse. La *source Marie*, ou de la Commune, est captée dans le lit même de la Moselle. La troisième source, peu utilisée jusqu'à présent, est désignée sous le nom de *source d'en haut;* elle domine de quelques mètres la source de la Salmade, dont elle ne diffère guère pour la composition, sauf pour le fer et pour l'acide carbonique libre.

» L'acide carbonique total a été dosé sur place, à l'aide du chlorure de baryum ammoniacal.

» L'analyse a porté en général sur la partie soluble du résidu de l'évaporation et sur la partie soluble. La silice ainsi que l'arsenic sont contenus en totalité ou à très peu de chose près dans la partie insoluble. L'acide carbonique de cette partie a été évalué d'après la teneur en chaux et en magnésie; celui de la partie soluble a été dosé directement par le chlorure de baryum. L'arsenic a été dosé par la méthode recommandée par MM. Millot

et Maquenne (oxydation de l'hydrogène arsénié, produit par l'appareil de Marsh, par l'acide azotique fumant, et titrage de l'acide arsénique par l'acétate d'urane). Le lithium a été isolé sous la forme de chlorure par l'alcool éthéré, puis pesé à l'état de sulfate qui, pour le contrôle, a été analysé. Le manganèse enfin a été déterminé par l'excellente méthode recommandée récemment par M. Beilstein, et qui consiste à précipiter le manganèse sous la forme de peroxyde, en ajoutant du chlorate de potassium à la solution nitrique bouillante du résidu.

» Le premier Tableau indique la composition élémentaire du résidu le second, le groupement hypothétique des éléments ([1]).

Composition élémentaire de l'eau de Bussang.

		Source de la Salmade, 12°.	Source d'en haut, 12°,5.	Source Marie, 11°.
		gr	gr	gr
	Acide carbonique total (CO^2) ([2])	2,8719	2,1890	2,4934
Partie insoluble du résidu.	Silice	0,0641	0,0634	0,0536
	Oxyde ferrique	0,0059	0,0024	0,0024
	Oxyde rouge de manganèse	0,0019	0,0019	0,0020
	Alumine	0,0012	0,0010	0,0011
	Calcium	0,1519	0,1495	0,1880
	Magnésium	0,0506	0,0506	0,0540
	Acide carbonique (CO^2O)	0,3589	0,3546	0,4196
	Arsenic	0,00047	0,00026	0,00043
Partie soluble.	Acide carbonique	0,3801	0,3912	0,3081
	Acide sulfurique (SO^3O)	0,0904	0,0896	0,0806
	Chlore	0,0507	0,0572	0,0497
	Sodium	0,3495	0,3580	0,2890
	Potassium	0,0346	0,0360	0,0264
	Lithium	0,00116	0,0013	0,0010
	Acide phosphorique / Acide borique. Fluor	traces	traces	traces
	Total	1,54143	1,55696	1,47593
	Poids du résidu à 200°	1,5426	1,5442	1,4770

([1]) Ces analyses ont été faites sur la demande du Comité consultatif d'Hygiène publique de France et exécutées au laboratoire de M. Wurtz, à la Faculté de Médecine.

([2]) L'eau de la Salmade, transportée à Paris, accusait encore, après trois mois, $2^{gr},780$ d'acide carbonique total.

Groupement hypothétique des éléments dans l'eau de Bussang.

	Source de la Salmade.	Source d'en haut.	Source Marie.
	gr	gr	gr
Acide carbonique libre [1]...	1,7886	1,0952	1,4260
Carbonate de calcium......	0,3798	0,3737	0,4700
» de magnésium...	0,1771	0,1770	0,1890
» ferreux........	0,0080	0,0029	0,0031
» manganeux.....	0,0029	0,0029	0,0037
Arséniate de fer..........	0,0012	0,0011	0,0007
Phosphate, borate et fluorure calciques	traces	traces	traces
Silice..................	0,0641	0,0634	0,0536
Alumine................	0,0012	0,0011	0,0010
Carbonate de sodium......	0,6285	0,6405	0,5023
» de potassium...	0,0612	0,0637	0,0467
» de lithium.....	0,0061	0,0074	0,0051
Sulfate de sodium........	0,1337	0,1327	0,1192
Chlorure de sodium.......	0,0836	0,0943	0,0821
Total par litre......	1,5474	1,5607	1,4765

M. Chasles présente, de la part de M. le prince *B. Boncompagni*, le numéro d'octobre du *Bullettino di bibliografia e di storia delle Scienze matematiche e fisiche*, qui renferme le complément des recherches de M. C. Henry, concernant les manuscrits de Fermat et de ses contemporains.

Après avoir donné, dans le précédent Cahier, des essais de démonstration par Malebranche des deux théorèmes suivants, énoncés par Fermat : *Si un nombre est composé de deux carrés premiers entre eux, il n'est pas divisible par un nombre premier de la forme* $4n - 1$; *Tout nombre divisible par* 3 *et non par* 9 *n'est jamais une somme de deux carrés entiers ou fractionnaires*, M. Henry consacre, dans le numéro d'octobre, quelques pages à un médecin nommé Claude Martin, grand amateur de Mathématiques et ami de Fermat; mentionne plusieurs Ouvrages disparus, de Frenicle de Bessy, dont l'un consacré à des problèmes de Fermat; édite l'énoncé d'un problème arithmétique de Frenicle, une solution par Wallis de ce problème, et des remarques de l'auteur du problème sur la solution de Wallis. Se trouvent ensuite un essai de résolution, par Malebranche, de l'équation $Ax^2 + 1 = y^2$; l'extrait

(1) Déduit de l'acide carbonique total par soustraction de l'acide carbonique des bicarbonates.

d'une Lettre de Fermat à Carcavi sur la comparaison de la spirale avec la parabole; l'énoncé d'un théorème de Fermat sur une curieuse propriété du nombre 7; une Lettre de Fermat à Mersenne; une Lettre, très probablement, de Fermat à Kénelm Digby, sur les solutions anglaises de certains problèmes proposés par le géomètre toulousain; trois pièces sur la méthode *De maximis et minimis;* un fragment de Descartes sur les parties aliquotes; un fragment de Fermat sur le même sujet, dans lequel se trouve un remarquable procédé pour reconnaître si un grand nombre est premier; un fragment de Fermat sur les nombres premiers. On remarque ensuite une Lettre de Fermat à Carcavi; un problème de Géométrie adressé à Mersenne; une Lettre sans adresse, non signée et non datée, que M. Henry prouve avoir été écrite à Carcavi, en 1656, par Fermat; une Notice sur de curieuses annotations à Diophante, que M. Henry a pu attribuer à Alexandre Anderson; des renseignements nouveaux sur un ami de Fermat, Nicolas Thoynard; enfin, deux pièces d'un grand intérêt : un Mémoire adressé à Huygens sur le problème d'Adrien Romain, ainsi qu'une relation des nouvelles découvertes en la science des nombres. Dans ce dernier morceau, qui est en quelque sorte le testament scientifique de Fermat, l'auteur énumère les principales applications d'une méthode devenue célèbre dans la théorie des nombres, et qu'il appelle « descente infinie ou indéfinie ». A l'exception de la Lettre à Digby, qui fut imprimée à fort petit nombre, toutes ces pièces sont inédites.

M. R. Sigismond adresse, de Weimar, un complément à son précédent travail sur la chaleur.

A 5 heures et demie, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 6 heures. J. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 15 mars 1880.

Ministère de la Marine et des Colonies. Compte général de l'Administration de la justice maritime pendant les années 1874, 1875 *et* 1876. Paris, Impr. nationale, 1879; in-4°. (Trois exemplaires.)

Ministère de l'Intérieur. Statistique des prisons et établissements pénitentiaires. Compte rendu présenté à M. le Ministre de l'Intérieur pour l'année 1876; *par* M. Chopin. Paris, Paul Dupont, 1879; in-8°.

Les essences forestières du Japon; par E. Dupont. Paris, Berger-Levrault, 1880; br. in-8°. (Présenté par M. Duchartre.)

Notes relatives aux kakis cultivés japonais; par E. Dupont. Toulon, typogr. Massone, 1880; br. in-8°. (Présenté par M. Duchartre.)

Etude de la propagation de la lumière; par L.-F.-D. Ménétrier. Bar-sur-Aube, typogr. Lebois et Morel, 1879; br. in-8°.

Rapport sur le nouveau casernement de Bourges; par M. E. Trélat. Paris, G. Masson, 1879; br. in-8°. (Extrait de la *Revue d'Hygiène*.)

Note sur l'effondrement du marché du Château-d'Eau; par M. E. Trélat. Paris, Dejay et Cie, 1880; br. in-8°. (Extrait des *Annales des Travaux publics*.)

Supplément à l'exposé des travaux scientifiques du Dr Édouard Fournié. Paris, impr. Mocquet, 1880; br. in-4°.

Notice sur les travaux scientifiques de M. F. Lucas. Paris, Gauthier-Villars, 1880; in-4°.

Mémoire descriptif d'un abri mobile pour protéger la vigne contre la gelée et la grêle; par M. C. Gorce. Sans lieu ni date; opuscule in-8°.

Mémoires de l'Académie des Sciences, Belles-Lettres et Arts de Lyon. Classe des Lettres, t. XVIII; *Classe des Sciences,* t. XXIII. Paris, J.-B. Baillière; Lyon, Palud, 1878-1879; 2 vol. in-8°.

Annales de la Société d'Agriculture, Histoire naturelle et Arts utiles de Lyon; 4e série, t. X, 1877. Lyon, Pitrat et H. Georg; Paris, J.-B. Baillière, 1878; in-8°.

Le cancer du larynx; par le Dr M. Krishaber. Paris, G. Masson, 1880; in-8°. (Extrait des *Annales des maladies de l'oreille et du larynx*.)

Éloge de M. Leymerie; par M. A. Barthélemy. Toulouse, impr. Douladoure, sans date; in-8°. (Extrait des *Mémoires de l'Académie des Sciences, Inscriptions et Belles-Lettres de Toulouse.*)

Mémoires sur les solutions singulières des équations aux dérivées partielles du premier ordre; par M. G. Darboux. Paris, Impr. nationale, 1880; in-4°. (Extrait du t. XXVII des *Mémoires présentés par divers savants à l'Académie des Sciences.*)

Étude de législation comparée sur les caisses d'épargne par les postes en Angleterre, en Belgique, en Italie, en Hollande et en France; par M. A. de Malarce. Paris, Guillaumin, 1880; br. in-8°, avec deux Cartes.

Sur l'arête de rebroussement d'une développable; par M. E. Lebon. Paris, Gauthier-Villars, 1880; in-8°. (Extrait du *Bulletin de la Société mathématique de France.*)

Su di alcuni vasi propri della Scagliola (Phalaris canariensis). Nota di G.-A. Pasquale. Napoli, tipogr. dell' Accademia reale delle Scienze fisiche e matematiche, 1880; in-4°. (Présenté par M. Decaisne.)

Bullettino di bibliografia e di storia delle Scienze matematiche e fisiche, pubblicato da B. Boncompagni; t. XII, ottobre 1879. Roma, 1879; in-4°. (Présenté par M. Chasles.)

Atti del reale Istituto d'incoraggiamento alle Scienze naturali economiche e tecnologiche di Napoli; 2da serie, t. XVI. Napoli, G. Nobile, 1879; in-4°.

Atlas accompanying the Report on the geology of New Hampshire, C.-H. Hitchcock, state geologist, 1878. New-York, J. Bien, sans date; atlas grand aigle.

ERRATA.

(Séance du 8 mars 1880.)

Page 549, ligne 11 en remontant, *au lieu de* position, *lisez* portion.